



**HAL**  
open science

# Relation endommagement perméabilité pour les bétons. Application aux calculs de structures

Ludovic Jason

► **To cite this version:**

Ludovic Jason. Relation endommagement perméabilité pour les bétons. Application aux calculs de structures. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Nantes; Université de Nantes, 2004. Français. NNT : . tel-03200629v2

**HAL Id: tel-03200629**

**<https://hal.parisnanterre.fr/tel-03200629v2>**

Submitted on 10 May 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ÉCOLE DOCTORALE**

**MECANIQUE, THERMIQUE ET GENIE CIVIL**

*Année 2004*

N° B.U. :

**Thèse de DOCTORAT**

***Diplôme délivré conjointement par  
L'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes***

Spécialité : GENIE CIVIL

Présentée et soutenue publiquement par :

LUDOVIC JASON

le 22 Octobre 2004  
à l'Ecole Centrale de Nantes

**TITRE**

**RELATION ENDOMMAGEMENT PERMEABILITE POUR LES BETONS  
APPLICATION AUX CALCULS DE STRUCTURES**

**JURY**

Président :	M. Nenad Bicanic	Professeur, Université de Glasgow
Rapporteurs :	M. Rodrigue Desmorat M. Frédéric Skoczylas	Professeur, ENS Cachan Professeur, Ecole Centrale de Lille
Examineurs :	M. Shahrokh Ghavamian M. Antonio Huerta M. Gilles Pijaudier-Cabot	Ingénieur – Chercheur, EDF R&D, Clamart Professeur, Université Polytechnique de Catalogne, Barcelone Professeur, Ecole Centrale de Nantes
Invité :	M. Abdelhafid Khelidj	Professeur, Université de Nantes

---

Directeur de thèse : Gilles PIJAUDIER-CABOT  
Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique  
Co-encadrant : Antonio HUERTA  
Laboratoire : Laboratori de Calcul Numeric, Barcelone  
Co-encadrant : Abdelhafid KHELIDJ  
Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique

## REMERCIEMENTS

L'exercice des remerciements n'est pas le plus simple dans le déroulement d'une thèse, car il marque en quelque sorte la fin de l'histoire... Avant tout, je tiens à m'excuser auprès de toutes les personnes que je vais forcément oublier dans les quelques lignes qui vont suivre.

Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements à Messieurs :

Nenad Bicanic pour avoir accepté de présider mon jury de thèse

Rodrigue Desmorat et Frédéric Skoczylas pour avoir rapporté sur mon travail, pour les commentaires et remarques constructives qui ont permis d'améliorer ce manuscrit.

Abdelhafid Khelidj pour son soutien, son aide durant ces trois années de thèse et plus particulièrement ces derniers mois, et pour sa disponibilité.

Antonio Huerta pour son encadrement, ses conseils, son soutien dans les périodes « numériquement » difficiles et pour son accueil à Barcelone qui m'a permis de découvrir une ville magnifique.

Shahrokh Ghavamian qui a su apporter l'éclairage industriel à ce travail, pour sa disponibilité tout au long de ces trois années, sa réactivité et toutes ses réponses à mes nombreuses questions

Gilles Pijaudier-Cabot, mon directeur de thèse, pour la confiance qu'il m'a témoignée en me donnant la possibilité de participer à de nombreuses activités scientifiques enrichissantes, pour ses conseils et son soutien.

Je tiens également à associer à ce travail toutes les personnes qui, à un moment ou à un autre, m'ont épaulé chez EDF sur le site de Clamart et que je ne citerai pas de peur d'en oublier. Ils ont été un élément essentiel à la réussite de ce travail.

J'adresse mes remerciements aux membres du projet européen MAECENAS qui m'ont chaleureusement accueilli alors que je découvrais à peine le monde de la recherche.

Je remercie également l'équipe du Laboratori de Calcul Numéric (LaCaN) à Barcelone pour leur accueil durant mes « étapes espagnoles »

Ces trois années ont bien évidemment été marquées par de nombreux échanges avec les membres de l'ex- Laboratoire de Génie Civil de Nantes Saint – Nazaire et du nouvel Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique. Que toutes les personnes qui ont croisé mon chemin ces trois dernières années soient remerciées. J'ai une pensée particulière pour Jacques Lamirault, Yvon Riou et Ahmed Loukili (pour la préparation de la soutenance !), Philippe et Sébastien (pour avoir partagé mon bureau...), Marta, Mathieu C., Grégory, Mathieu T. et finalement pour deux compères de thèse Frédéric et Olivier.

Mes derniers remerciements iront à ma famille, et particulièrement à mon père et à ma mère sans qui je ne serai pas là aujourd'hui et à qui je dois beaucoup.

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 : COMPOTEMENT MECANIQUE DU BETON PREMIERE APPROCHE</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>9</b>
<b>1 Approche considérée</b>	<b>10</b>
<b>2 Modèle d'endommagement isotrope</b>	<b>11</b>
2.1 Formulation du modèle	11
2.2 Validation du modèle – Intérêts et limitations	13
2.2.1 Essai de traction simple	13
2.2.2 Chargement alterné	14
2.2.3 Essai triaxial avec confinement	16
2.2.4 Flexion trois points sur une poutre en béton armé	18
<b>3 Localisation des déformations. Problèmes et solutions</b>	<b>19</b>
3.1 Phénomène de localisation	19
3.2 Limitation de la localisation	20
3.2.1 Modèle non local	20
3.2.2 Modèle gradient	21
3.3 Calage de la longueur interne – Flexion trois points sur poutre entaillée	23
3.4 Poutre en béton armé chargée en flexion trois points.	25
<b>4 Implantation numérique et qualité de l'algorithme de résolution</b>	<b>27</b>
4.1 Formulation mathématique du problème	27
4.2 Méthode de résolution	29
4.2.1 Application de la méthode de Newton Raphson	29
4.2.2 Opérateur tangent cohérent et vitesse de convergence	30
<b>5 Partie courante d'enceinte de confinement de centrales nucléaires</b>	<b>35</b>
<b>CONCLUSIONS - CHAPITRE 1</b>	<b>42</b>
<b>CHAPITRE 2 : VERS UNE AMELIORATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT</b>	<b>45</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>45</b>
<b>1 Améliorations du modèle d'endommagement</b>	<b>47</b>
1.1 Modèle à deux surfaces d'endommagement	47
1.2 Prise en compte de l'anisotropie	48
1.2.1 Anisotropie « physique »	48
1.2.2 Anisotropie « numérique »	48
1.2.3 Anisotropie directionnelle	50
1.2.4 Anisotropie directionnelle et structurelle	50
1.2.5 Conclusions sur l'anisotropie	51
<b>2 Déformations irréversibles – plasticité</b>	<b>52</b>
2.1 Intérêt de la plasticité – Objectifs du modèle	52
2.2 Choix du modèle	54
2.2.1 Modèle de Von Mises (Von Mises, 1913)	54
2.2.2 Modèle de Drücker-Prager (Drucker et Prager, 1952)	55
2.2.3 Modèle MRS Lade (« cap model »)	57
2.2.4 Modèle de Gurson (Gurson, 1977)	58
2.2.5 Modèle de « Sheffield »	60

<b>3</b>	<b>Implantation numérique du modèle</b>	<b>65</b>
3.1	Principe général	65
3.2	Equilibre « local »	66
3.2.1	Equations constitutives	66
3.2.2	Méthodes de résolution	67
3.3	Equilibre « global »	71
3.4	Vérification de l'implémentation de la méthode	72
3.4.1	Modèle de Von Mises – Vérification analytique	72
3.4.2	Modèle MRS Lade	73
3.4.3	Modèle de Sheffield	74
	<b>CONCLUSIONS – CHAPITRE 2</b>	<b>75</b>
	<b>CHAPITRE 3 : MODELE ELASTIQUE PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE</b>	<b>77</b>
	<b>INTRODUCTION</b>	<b>77</b>
<b>1</b>	<b>Approche considérée</b>	<b>78</b>
<b>2</b>	<b>Description du modèle</b>	<b>79</b>
2.1	Principe	79
2.1.1	Plasticité	81
2.1.2	Endommagement	81
2.2	Schéma général d'implantation	82
2.3	Opérateur tangent associé	83
<b>3</b>	<b>Calibration du modèle</b>	<b>84</b>
3.1	Influence de $r_c$	85
3.2	Influence de $r_t$	87
3.3	Influence de $p$	88
3.4	Influence de $A_h$	88
3.5	Influence de $B_h$	89
3.6	Influence de $C_h$	89
3.7	Influence de $\gamma$	90
3.8	Influence de $\alpha$	90
3.9	Influence de $k_0$	90
3.10	Influence de $a$	91
3.11	Conclusion – Procédure de calage des paramètres	92
<b>4</b>	<b>Validation – Essais élémentaires et structurels</b>	<b>94</b>
4.1	Essais élémentaires	94
4.1.1	Essai de traction	94
4.1.2	Compression cyclique	95
4.1.3	Essai triaxial confiné	98
4.2	Applications structurelles	100
4.2.1	Flexion trois points sur poutre entaillée.	100
4.2.2	Poutre en béton armé	102
4.2.3	Essai de confinement passif	103
4.2.4	Volume Structurel Représentatif de la partie courante d'enceinte de confinement	107
	<b>CONCLUSIONS – CHAPITRE 3</b>	<b>109</b>
	<b>CHAPITRE 4 : ETUDE DE LA PERMEABILITE DU BETON</b>	<b>111</b>
	<b>INTRODUCTION</b>	<b>111</b>
<b>1</b>	<b>Position du problème</b>	<b>112</b>
1.1	Cycle de vie de l'enceinte de confinement	112
1.2	Paramètres influençant l'évolution de la perméabilité	113

1.3	Formulation mathématique du problème – Définition des perméabilités	114
1.4	Observations sur la formulation mathématique	116
<b>2</b>	<b>Influence du degré de saturation en eau sur la perméabilité des bétons</b>	<b>117</b>
2.1	Mise en évidence	117
2.2	Ecriture de la relation	118
2.3	Validation	121
<b>3</b>	<b>Influence de l'état mécanique sur la perméabilité intrinsèque</b>	<b>123</b>
3.1	Mise en évidence	123
3.2	Choix des paramètres de la loi d'évolution	124
3.3	Relation endommagement - perméabilité	125
3.3.1	Validation théorique : modèle réseau	125
3.3.2	Choix de la loi endommagement – perméabilité	130
3.3.3	Validation	132
3.4	Prise en compte de l'état du chargement	135
	<b>CONCLUSIONS – CHAPITRE 4</b>	<b>137</b>
	<b>CHAPITRE 5 : ETUDE DU COMPORTEMENT HYDRAULIQUE</b>	<b>139</b>
	<b>INTRODUCTION</b>	<b>139</b>
<b>1</b>	<b>Principe</b>	<b>140</b>
1.1	Choix de modélisation	140
1.2	Calcul du degré de saturation	141
1.3	Problème hydraulique	142
1.4	Implantation numérique	144
1.5	Bilan des paramètres	146
<b>2</b>	<b>Validation – Applications élémentaires</b>	<b>147</b>
2.1	Validation de l'implémentation – thermique linéaire	147
2.2	Perméabilité et saturation homogènes – thermique non linéaire	148
2.3	Application à un cube à degré de saturation variable	149
2.3.1	Principe	149
2.3.2	Influence de la loi de comportement mécanique	150
<b>3</b>	<b>Application au comportement d'une partie courante d'enceinte de confinement (PACE)</b>	<b>151</b>
3.1	Simulation de l'épreuve enceinte	151
3.1.1	Comportements mécanique et hydrique	151
3.1.2	Mise en pression – chargement fictif	154
3.2	Influence des paramètres de modélisation	159
3.2.1	Influence de l'endommagement	159
3.2.2	Influence du degré de saturation	160
3.2.3	Influence du choix de la loi de comportement mécanique	161
3.3	Conclusions	162
<b>4</b>	<b>Etude numérique des résultats</b>	<b>163</b>
4.1	Equivalence PACE – modèle simplifié	163
4.1.1	Endommagement et saturation constante	163
4.1.2	Endommagement constant et saturation variable	164
4.2	Etude sur les « oscillations »	165
<b>5</b>	<b>Analyse de la méthodologie employée</b>	<b>166</b>
5.1	Présentation d'un modèle couplé	166
5.2	Critique des hypothèses	169
5.2.1	Influence du degré de saturation sur l'endommagement	169
5.2.2	Influence de la température sur l'endommagement	171

5.2.3	Influence de l'endommagement sur le degré de saturation	172
5.3	Conclusions	173
	<b>CONCLUSIONS – CHAPITRE 5</b>	<b>175</b>
	<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES</b>	<b>177</b>
	<b>ANNEXE 1 : Amélioration du modèle d'endommagement</b>	<b>183</b>
	<b>ANNEXE 2 : Modélisation thermo – hydro – mécanique couplée</b>	<b>195</b>
	<b>REFERENCES</b>	<b>203</b>



# INTRODUCTION GENERALE

## 1 Problématique

Electricité de France possède de nombreuses structures sensibles aux variations de propriété de transfert. Leur étanchéité, c'est-à-dire leur capacité à retenir un fluide, liquide ou gazeux, est alors le principal paramètre définissant leur durabilité. Dans certains cas, la présence de fuites n'a qu'un impact mineur (simple réparation ou remplacement pour les canalisations par exemple) mais dans d'autres situations (barrages ou enceintes de confinement de centrales nucléaires), les conséquences peuvent s'avérer désastreuses. Il faut donc s'assurer que les structures seront capables de remplir leur fonction en service mais aussi en cas d'accident.

Les enceintes de confinement représentent des barrières protectrices entre le milieu interne, nucléaire et protégé, et l'extérieur. On comprend donc bien qu'une perte d'étanchéité de ces structures aurait un impact majeur sur le fonctionnement de la centrale mais aussi et surtout sur son environnement. Deux systèmes principaux existent : les enceintes à simple paroi avec peau métallique (pour les réacteurs 900 MWe) et celles à double paroi de béton (réacteurs 1300 MWe). C'est sur ces dernières que portera notre étude.

Un schéma simplifié du bâtiment réacteur est proposé dans la figure I.1. L'ensemble repose sur un radier en béton armé de trois mètres d'épaisseur. Le confinement est réalisé par deux cylindres concentriques de béton (les enceintes), surmontés d'un dôme. L'enceinte externe (EE) est dimensionnée de manière à résister aux agressions extérieures (impact dynamique, sollicitations environnementales...). L'espace entre les deux enceintes (EEE) est soumis, en service, à une légère dépression permettant de récupérer puis de filtrer les résidus de fuite en cas d'accident. Mais l'étanchéité est principalement assurée par l'enceinte interne (EI) en béton armé précontraint. Cette structure représente la troisième barrière de sûreté après la gaine du combustible et la cuve du réacteur en acier. Elle doit donc fournir des garanties d'étanchéité et de durabilité, la durée de vie d'une centrale nucléaire étant initialement établie pour 60 ans.

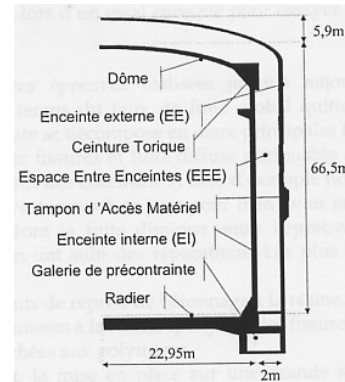


Figure I.1 : Schéma de principe d'un bâtiment réacteur 1300 Mwe (d'après Verdier, 2001)

Pour vérifier l'étanchéité de l'enceinte de confinement interne, des tests périodiques, appelés épreuves, sont réalisés afin de garantir l'intégrité de la structure. La première épreuve a lieu avant la mise en service de l'installation (essai pré – opérationnel), la seconde après le chargement en combustible (essai d'exploitation) puis périodiquement tous les dix ans (visite décennale). Durant ces essais, l'EI est gonflée à l'air sec comprimé à une pression de dimensionnement fixée à 0.58 MPa, légèrement supérieure à celle prévisible durant un accident (perte de réfrigérant primaire ou rupture de tuyauterie vapeur par exemple). Si la fuite mesurée est supérieure à un critère défini par les organismes de sûreté alors des travaux de mise à niveau doivent être effectués (fuite inférieure à 1% de la masse d'air contenue dans l'enceinte interne aux conditions de l'épreuve).

Lors des épreuves, Electricité de France s'est rendu compte que le taux de fuite augmentait avec le temps, c'est-à-dire que plus l'enceinte de confinement vieillissait, plus la quantité de fluide pouvant la traverser en cas d'accident augmentait. L'objectif du travail entrepris par EDF est donc de prévoir et de localiser ces pertes d'étanchéité afin d'optimiser les opérations de maintenance : savoir où, quand et comment intervenir sur l'enceinte de confinement afin de garantir son intégrité et sa durabilité.

## 2 Etanchéité et perméabilité

La perméabilité d'un matériau quantifie son aptitude à se laisser traverser par un fluide. On comprend donc bien que l'étude de l'étanchéité passe par la connaissance de l'évolution de la perméabilité dans le temps. Cette propriété de transfert va être influencée par l'histoire des sollicitations appliquées sur l'enceinte. Comme on le verra dans la suite, la vie de la structure peut être scindée en trois phases principales.

- La construction de la centrale est une étape clé puisqu'elle préconditionne l'apparition de zones de faiblesse. Elle définit un état mécanique (mise en précontrainte) et hydrique (séchage) initial. Le retrait d'hydratation est aussi présent durant cette phase.

- En service, les sollicitations dominantes sont le fluage et le séchage (chargements « passifs »). On note également une relaxation des câbles de précontraintes. L'enceinte interne étant soumise à un gradient thermique stabilisé, l'impact des changements de température est négligeable.

- Enfin, tous les dix ans, les tests d'étanchéité sont réalisés. Au cours de ces essais sont mesurés différents taux de fuite représentant l'aptitude de l'enceinte à protéger l'environnement. Périodiques et ponctuels (sur une durée n'excédant pas 48 heures), ils constituent les principales sollicitations mécaniques actives auxquelles sera soumise la structure durant son cycle de vie.

Notre étude peut alors être articulée autour de trois questions principales :

1. Comment déterminer l'état mécanique de la structure à un instant donné ? Quel type de modélisation adopter ?

Les réponses à ces questions supposent de définir clairement les objectifs de notre travail. Doit-on s'intéresser à la propagation de fissures existantes et identifiées ou partir d'un état initial vierge de toute fissuration ?

In situ, lorsque des taux de fuite élevés sont mesurés, des points critiques sont réparés : les reprises de bétonnage, les parties fissurées identifiées (fissures apparentes voire traversantes...). Ces zones connues ne posent donc a priori pas de problème de localisation spatiale. Néanmoins, ces réparations ne sont généralement pas suffisantes pour garantir un taux de fuite acceptable. Ainsi, on doit parfois procéder à la mise en place d'une résine époxy étanche et coûteuse sur de grandes surfaces de l'intrados de l'enceinte. Le but de notre travail est axé vers ce taux de fuite « résiduel ». Il s'agit tout d'abord de s'intéresser aux zones où la rupture n'a pas eu lieu et où la fissuration n'est pas connue a priori.

2. Comment déterminer l'état hydrique de la structure et définir son influence sur l'étanchéité ?

En effet, les sollicitations hydriques (principalement le séchage) sont à l'origine de variation du degré de saturation au sein de l'enceinte de confinement. Le séchage est plus rapide à l'extérieur qu'à l'intérieur de la structure, provoquant ainsi des modifications de la perméabilité. L'évolution dans le temps de la teneur en eau doit donc être évaluée.

3. Quels impacts l'état mécanique et la saturation peuvent avoir sur la valeur de la perméabilité et donc sur le comportement hydraulique ? Quels couplages prendre en considération ou ignorer (figure I.2) ? Comment définir et localiser les zones à risque ou susceptibles de le devenir ?

Etats mécanique (la fissuration), hydrique (le degré de saturation) et hydraulique (la perméabilité) jouent en effet un rôle, à quantifier, dans la définition de la durabilité des structures étudiées.

On cherche donc à définir une méthodologie, un premier outil numérique applicable aux enceintes de confinement, qui permettrait de répondre, au moins en partie, à ces trois interrogations.

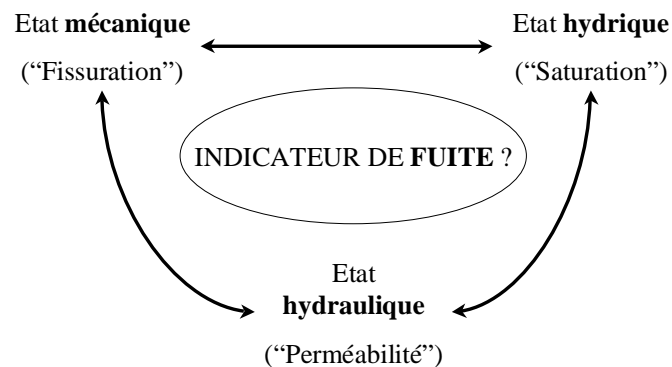


Figure I.2 : Définition d'un indicateur de fuite ?

### 3 Méthodologie adoptée

Les questions soulevées dans la section précédente seront consécutivement abordées au cours de cinq chapitres.

Les chapitres 1, 2 et 3 s'intéressent à la description du comportement mécanique du béton et tentent de proposer un modèle à la fois simple pour être utilisable dans le cadre d'applications industrielles et suffisamment représentatif d'un nombre conséquent de situations (traction, compression, confinement, flexion trois points ...). Il s'agit principalement de répondre à la question suivante : connaissant le comportement expérimental du béton (adoucissement, anisotropie de la fissuration, déformations irréversibles, figure I.3) et à partir des chargements appliqués à l'enceinte de confinement (principalement précontrainte et mise en pression), quels phénomènes doit-on retenir pour trouver un compromis optimal entre simplicité et représentativité ?

Ainsi, le chapitre 1 étudie un modèle isotrope d'endommagement. Le chapitre 2 s'intéresse aux améliorations possibles (anisotropie et prise en compte des phénomènes irréversibles). Finalement, le chapitre 3 présente une relation élasto-endo-plastique. A chaque étape, une attention particulière est portée à la validation « quantitative », c'est-à-dire à la reproduction d'essais expérimentaux classiques (proposition d'un ensemble de tests caractéristiques), mais aussi « qualitative » (implantation dans le code éléments finis).

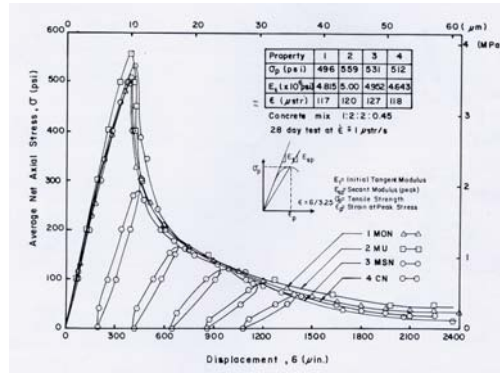


Figure I.3 : Comportement expérimental du béton en traction cyclique (d'après Sinha et al, 1964)

Ainsi, une étude des méthodes de résolution itératives est entreprise, mettant en évidence les forces, ou les faiblesses, des algorithmes proposés (vitesse de convergence, choix des matrices de résolution...)

Le chapitre 4 s'intéresse aux impacts de l'endommagement et du degré de saturation sur la perméabilité et propose des lois calées à partir de mesures expérimentales. Il s'agit de quantifier l'évolution de la propriété de transfert dans le temps, consécutive aux modifications des états mécaniques et hydriques. Pour cela, on s'appuiera en partie sur les résultats de Picandet (2001) (figure I.4). A partir de trois formulations différentes (béton ordinaire, haute performance et haute performance fibré), il met en évidence une relation unique entre l'endommagement et la perméabilité pour un matériau sollicité en compression simple puis déchargé. La question de la représentativité de cette observation et de sa généralisation sera posée.

Le chapitre 5 aborde le comportement hydraulique et tente d'évaluer l'influence d'un gradient de pression sur l'encontre de confinement. S'appuyant sur les résultats des chapitres précédents et simulant la réponse hydrique de la structure, il définit un indicateur de zones à risque.

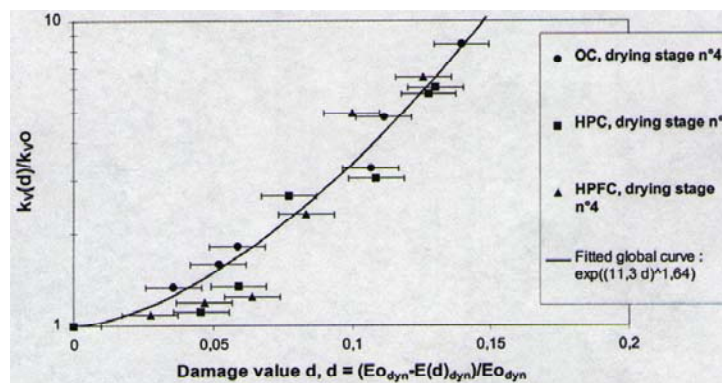


Figure I.4 : Relation endommagement – perméabilité. Constatations expérimentales (d'après Picandet, 2001)

En conclusion, une question caractérise le fil directeur de ce document : comment modéliser (c'est-à-dire représenter, compromis maillage - temps de calcul par exemple ...) et simuler (quels comportements représenter pour quels effets) l'évolution d'une enceinte de confinement dans le temps ?

#### 4 Contexte de l'étude

Pour définir les limites de notre travail et aussi prendre conscience de sa globalité, le contexte de l'étude doit être présenté. Cette thèse s'inscrit à l'intérieur de deux projets démarrés en 2001 : le premier industriel, lancé par EDF (MECEN) et le second européen (MAECENAS). Les paragraphes suivants les présentent succinctement.

##### 4.1 Projet MECEN

Le projet MECEN, lancé en interne par EDF en 2001, et s'achevant à la fin de l'année 2005, se propose de développer un outil et des méthodes d'analyse pour les enceintes de confinement de centrales nucléaires. Il s'articule autour de deux objectifs principaux : connaître les déformations de la structure au cours de son histoire et déterminer une carte d'étanchéité des parois pour savoir où intervenir afin de garantir l'intégrité de l'enceinte. Les thématiques développées dans la section 1 sont donc retrouvées.

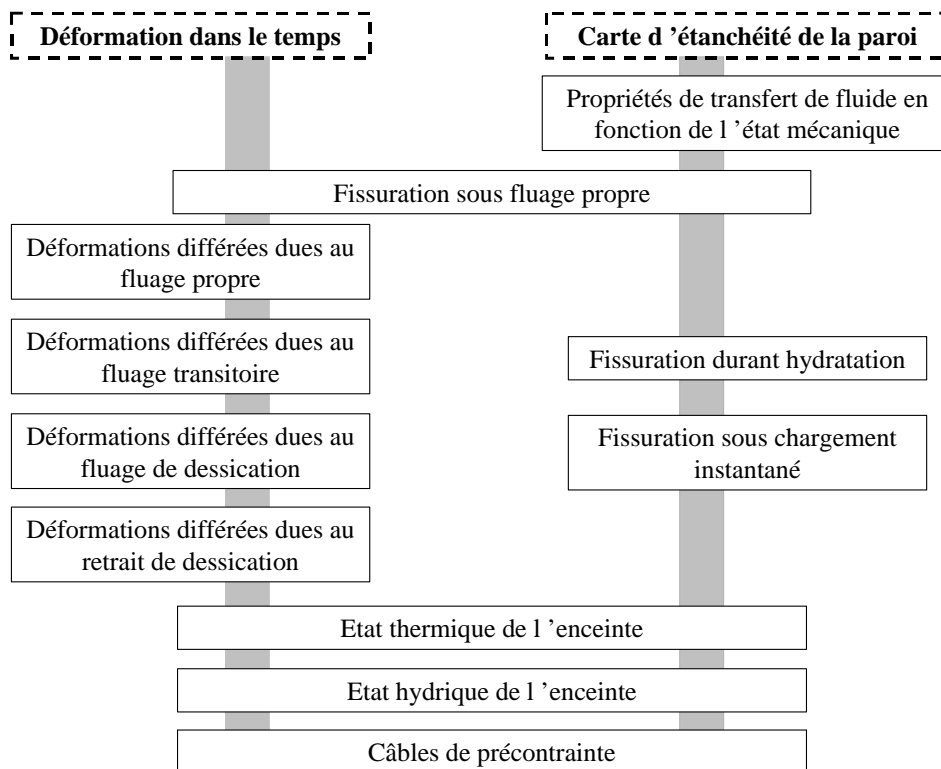


Figure I.5 : Présentation du projet MECEN.

Néanmoins, si certaines problématiques, illustrées dans la figure 1.4, seront abordées dans notre étude (étanchéité, fissuration, séchage...), d'autres ne seront pas traitées ici. En particulier, la prise en compte du fluage, considérée dans le projet global, ne fait pas partie de notre travail.

#### 4.2 *Projet MAECENAS*

Le projet européen MAECENAS regroupe huit partenaires dont six universitaires, un industriel (British Energy) et un organisme de sûreté (Health and Safety Executive). L'idée est de créer un outil d'ingénierie capable d'analyser l'intégrité structurelle d'enceintes de confinement en béton précontraint (structures britanniques avec liner par exemple pour lesquelles les problèmes liés à la température sont plus nombreux). Cinq objectifs ont donc été définis :

- mener des expériences pour comprendre le phénomène de vieillissement des structures,
- développer un modèle couplé, hygro – thermo – mécanique, en synthétisant les connaissances actuelles,
- développer un algorithme tri-dimensionnel capable d'incorporer le modèle précédemment choisi,
- identifier les incertitudes liées aux paramètres clés dans le cadre d'une approche fiabiliste,
- créer une méthodologie complète, à l'usage des ingénieurs pour déterminer les réparations ou les stratégies de renforcement à adopter sur les enceintes de confinement.

Ce projet, ambitieux, partage de nombreuses thématiques avec celui lancé parallèlement par EDF. Il s'articule autour de différentes étapes présentées dans la figure I.6.

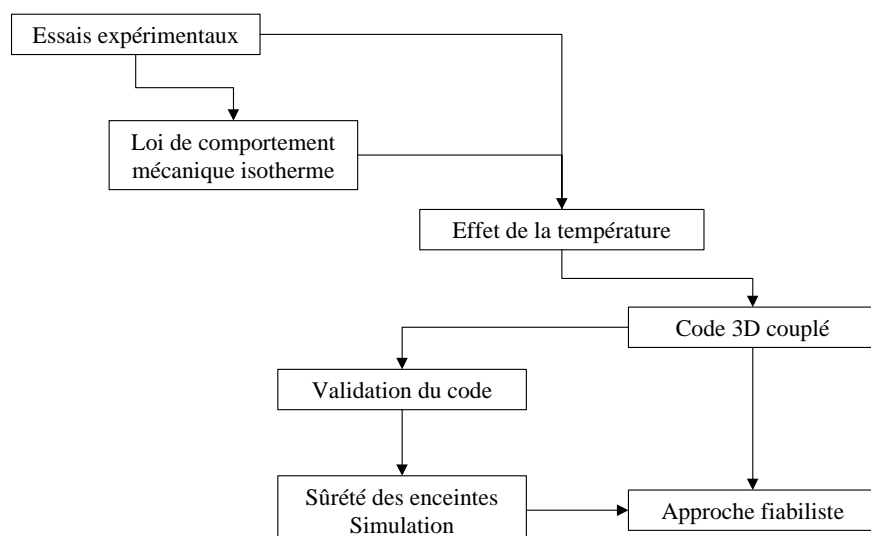


Figure I.6 : Présentation du projet MAECENAS

Là encore, notre participation au projet est limitée à des objectifs précis (définition de la loi de comportement mécanique, validation du code...). Certaines thématiques n'ont donc pas été abordées dans notre étude (l'effet des fortes températures, supérieures à 200°C par exemple, est en dehors du domaine d'application des enceintes de confinement françaises qui intéressent EDF).

En conclusion, ces deux projets montrent que le problème de l'étanchéité des enceintes de confinement est d'actualité, en France, en Europe et plus généralement dans les pays dotés de centrales nucléaires. Mais il suppose aussi de faire des choix de modélisation (structures représentées...) ou de simulation (phénomènes pris en considération). Certains de ces choix ont déjà été présentés (absence du fluage...), les autres vont maintenant être abordés dans les cinq chapitres de ce document.



# CHAPITRE 1

## ***COMPORTEMENT MECANIQUE DU BETON PREMIERE APPROCHE***

### INTRODUCTION

La connaissance de l'état mécanique d'une structure est essentielle dans notre approche pour l'évaluation de sa perméabilité et donc de son comportement « hydraulique » résultant. La propriété de transfert est en effet directement fonction de l'endommagement du matériau. Ce premier chapitre est donc l'occasion de présenter un modèle simple, isotrope, basé sur les travaux de Mazars (1984) et point de départ d'améliorations développées par la suite.

La loi de comportement est ainsi définie puis testée sur trois chargements élémentaires (traction, compression et essai triaxial après confinement). Ici, l'objectif est double : mettre en évidence les avantages et limitations de la formulation et construire un ensemble de tests qui pourra être réutilisé dans la suite (section 2).

La nécessité d'introduire une technique de régularisation est soulignée lors de la simulation d'essais structurels. Le choix de l'approche pour l'obtention d'une réponse numériquement acceptable (dépendance au maillage) ainsi que la calibration de la « longueur interne » associée sont étudiés sur deux poutres en flexion trois points (entaillée et non entaillée) (section 3).

L'implantation numérique du modèle et la résolution du problème mécanique par la méthode de Newton-Raphson sont abordées (section 4). Le choix des matrices élémentaires (élastique, tangente ou réactualisée) est expliqué en terme de vitesse de convergence et de temps de calcul. Ce paragraphe est l'occasion de définir et valider l'expression de l'opérateur tangent cohérent.

Enfin, la loi de comportement est testée sur une application pré – industrielle s'approchant de la partie courante d'une enceinte de confinement 1300 MW (section 5). Elle contient du béton et des aciers passifs et précontraints. La représentativité du modèle, l'utilisation de la méthode de régularisation et la modélisation des câbles sont discutées.

## 1 Approche considérée

Pour décrire le comportement adoucissant du béton dû à la propagation progressive des microfissures, plusieurs techniques existent. Parmi les approches continues, les modèles d'endommagement (Mazars, 1984, Mazars et Pijaudier-Cabot, 1989 ou Pijaudier-Cabot et Jason, 2002) ou de fissuration répartie (Rashid, 1968 ou de Borst et *al*, 2003) sont les plus couramment utilisés. Les phénomènes peuvent être aussi décrits de manière discrète. Dans ce cas, la mécanique de la rupture (Prat et *al*, 1997) est une solution appropriée.

Dans notre étude, c'est la mécanique de l'endommagement qui sera retenue. En effet, d'un point de vue pratique, les résultats de Picandet (2001) servent de base pour l'évaluation de la perméabilité en fonction des sollicitations mécaniques et nécessitent donc la connaissance de la variable d'endommagement. D'un point de vue numérique, la mécanique de la rupture est particulièrement adaptée à la modélisation de la propagation de fissures existantes tandis que la théorie de l'endommagement est à privilégier dans le cas d'une microfissuration apparaissant dans les premiers temps du comportement non linéaire. Pour les enceintes de confinement de centrales nucléaires, il s'agit tout d'abord de s'intéresser aux zones où la rupture n'a pas eu lieu et où la fissuration n'est pas connue a priori. De ce fait, une description de type endommagement semble plus adaptée.

Les modèles d'endommagement utilisent la mécanique des milieux continus. L'effet de la fissuration est introduit en modifiant la raideur élastique du matériau. Une variable d'endommagement  $D$ , scalaire dans le cas isotrope, tensorielle sinon, est définie.

Avec l'hypothèse d'isotropie, la relation liant la contrainte aux déformations élastiques s'écrit (endommagement seul) :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)E_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e \quad (1.1)$$

où  $\varepsilon_{kl}^e$  sont les composantes de la déformation élastique et  $E_{ijkl}$  celles du tenseur d'élasticité d'ordre 4. En définissant une contrainte effective  $\sigma'_{ij}$  (contrainte du matériau non fissuré), la relation (1.1) devient :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)\sigma'_{ij} \quad (1.2)$$

Dans ces conditions, une valeur de  $D$  égale à zéro correspond à un matériau sain ( $\sigma = \sigma'$ ) tandis qu'une valeur de 1 représente un matériau totalement dégradé ( $\sigma = 0$ )

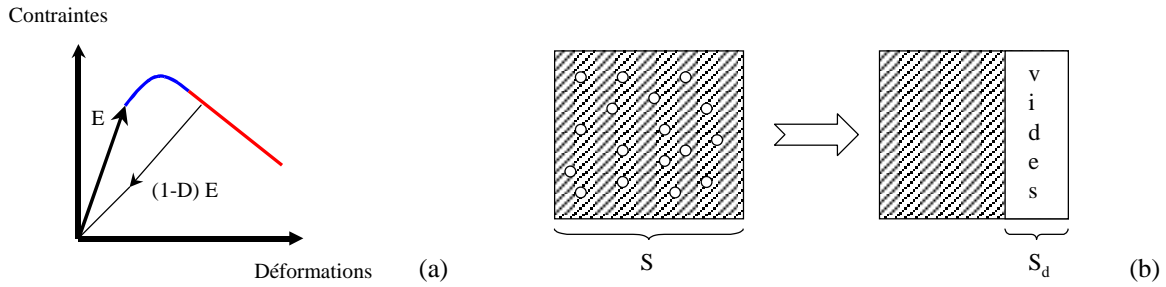


Figure 1.1: (a) Courbe contraintes – déformations pour un matériau « endommagé ». Utilisation d’une variable scalaire  $D$  ; (b) Représentation physique de l’endommagement

Une des manières de schématiser physiquement l’endommagement  $D$  consiste à considérer la proportion de vides dans une section donnée de matériau (Lemaitre et Chaboche, 1978). L’endommagement est défini par :

$$D = \frac{S_d}{S} \quad (1.3)$$

où  $S_d$  est la surface créée par les vides (figure 1.1). Si  $D$  est indépendant de l’orientation de la surface considérée, la modélisation est dite isotrope. Dans le cas contraire, elle devient anisotrope.

Ces modèles se heurtent à une limitation physique puisque la rupture du matériau est décrite par la théorie des milieux continus. Cette hypothèse entraîne, pour la description des comportements adoucissants caractéristiques du béton, des problèmes numériques liés au phénomène de localisation des déformations (voir section 3). Perte de stabilité et perte d’unicité de la solution requièrent alors l’utilisation d’outils particuliers.

L’objectif est maintenant de définir un modèle à la fois simple pour être utilisé dans des situations numériquement complexes (maillage dense et cas tests structurels) et suffisamment représentatif pour proposer une réponse adaptée aux principaux chargements rencontrés.

## 2 Modèle d’endommagement isotrope

### 2.1 Formulation du modèle

On se propose d’utiliser dans un premier temps le modèle d’endommagement isotrope développé dans sa forme locale par Mazars (1984).

Le comportement mécanique du béton est décrit à l’aide d’une variable scalaire  $D$  (l’endommagement) qui quantifie l’influence de la microfissuration. La dégradation du matériau se traduit donc par une perte de rigidité élastique :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1.4)$$

On remarque ici que l'équation (1.4) correspond strictement à l'équation (1.1) car aucun phénomène irréversible n'est pris en compte.  $D$  représente alors l'ensemble du comportement non linéaire.

En considérant la fissuration comme la conséquence des sollicitations de traction, une déformation équivalente, caractérisant l'extension du matériau durant le chargement, est calculée :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (1.5)$$

où  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  désigne les valeurs propres positives du tenseur de déformations. La surface de charge  $g$  est définie par :

$$g(\varepsilon, D) = \tilde{D}(\varepsilon) - D \quad (1.6)$$

$D$  prend ici la valeur maximale atteinte par  $\tilde{D}$  durant l'histoire du chargement, c'est-à-dire  $D = \text{Max}_t (\tilde{D}, 0)$ .

L'évolution de  $\tilde{D}$  est contrôlée par une loi qui distingue les réponses en compression et en traction (résistance en compression environ dix fois supérieure à la résistance en traction) en introduisant deux scalaires  $D_t$  et  $D_c$  :

$$\begin{aligned} &\text{si } \varepsilon_{eq} \geq \varepsilon_{D0} \\ &\tilde{D}(\varepsilon) = \alpha_t(\varepsilon) D_t(\varepsilon_{eq}) + \alpha_c(\varepsilon) D_c(\varepsilon_{eq}) \\ &D_{t,c} = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_{t,c})}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_{t,c}}{\exp[B_{t,c}(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{D0})]} \\ &\alpha_{t,c} = \left( \sum_{i=1}^3 \frac{\langle \varepsilon_i^{t,c} \rangle \langle \varepsilon_i \rangle_+}{\varepsilon_{eq}^2} \right)^\beta \end{aligned} \quad (1.7)$$

sinon  $\tilde{D} = 0$

$\varepsilon_{D0}$  est un paramètre du modèle et représente le seuil initial à partir duquel l'endommagement apparaît.  $D_t$  et  $D_c$  sont les endommagements liés respectivement à la traction et à la compression du matériau.  $A_{t,c}$  et  $B_{t,c}$  sont quatre paramètres du modèle. Les poids  $\alpha_t$  et  $\alpha_c$  sont calculés à partir des déformations. En traction,  $\alpha_t = 1$  et  $\alpha_c = 0$ . En compression,  $\alpha_t = 0$  et  $\alpha_c = 1$ . L'exposant  $\beta$  réduit l'effet de l'endommagement lorsque le matériau est soumis au cisaillement.

L'évolution de  $D$  est finalement déterminée par les conditions de Khun – Tucker :

$$g \leq 0, \quad \dot{D} \geq 0, \quad g\dot{D} = 0 \quad (1.8)$$

En gardant la même méthodologie (résolution des équations (1.4), (1.6) et (1.8) en particulier), d'autres formulations existent pour le calcul de la déformation équivalente (1.5) et de l'endommagement (1.7). Le modèle de Von Mises modifié par exemple (de Vree et al, 1995) écrit  $\varepsilon_{eq}$  à partir des invariants de déformations :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1^\varepsilon + \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{(k-1)^2}{(1-2\nu)^2} I_1^{\varepsilon 2} + \frac{2k}{(1+\nu)^2} J_2^\varepsilon}$$

$$I_1^\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$J_2^\varepsilon = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2$$

$$k = \frac{\sigma_{fc}}{\sigma_{ft}}$$
(1.9)

L'évolution de  $D$  est ensuite donnée par :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}}{\kappa} ((1-\alpha) + \alpha \exp(-\beta(\kappa - \varepsilon_{D0})))$$

$$\kappa = \text{Max}_{\varepsilon_t}(\varepsilon_{eq}, \varepsilon_{D0})$$
(1.10)

Sur des essais élémentaires, les calculs ont montré que la loi était capable de reproduire les comportements classiques du béton (dissymétrie en traction et compression, flexion...).

Ce modèle est plus simple que l'approche de Mazars (1984). La déformation équivalente est en effet une fonction directe des invariants des déformations et la relation ne nécessite le calage que de trois paramètres. De plus, le calcul des dérivées des contraintes par rapport aux déformations (opérateur tangent cohérent de la méthode de Newton Raphson) est direct, contrairement au modèle de Mazars (voir section 4.2.2.). Néanmoins, l'absence de comparaison expérience – simulation dans la littérature, par rapport au modèle de Mazars par exemple, nécessiterait une étude approfondie pour valider complètement la loi de comportement et prendre du recul par rapport à sa formulation. C'est pour cette raison que, dans la suite du document, la relation de Mazars a été retenue.

## 2.2 Validation du modèle – Intérêts et limitations

Le modèle a été implanté dans le code éléments finis « *Code\_Aster* ». La première étape de validation passe par la simulation d'applications élémentaires. L'objectif est de tester la loi de comportement sur des chargements classiques afin d'évaluer ses avantages et ses limitations.

### 2.2.1 Essai de traction simple

La traction simple est l'un des tests élémentaires les plus significatifs lorsque l'on s'intéresse à la fissuration. C'est en effet lorsque le matériau est soumis à ce type de sollicitations que les premières fissures apparaissent. La réponse du modèle isotrope est donc tout d'abord

comparée aux résultats expérimentaux de Gopalaratnam et Shah (1985). La simulation est réalisée sur un seul élément cub8. Comme le modèle est explicite, il est facile à intégrer pour obtenir des comportements matériels. Les paramètres utilisés pour cet exemple sont donnés dans le tableau 1.1. Le module d'Young est mesuré à partir de la pente initiale expérimentale de la courbe contraintes – déformations.  $\varepsilon_{D0}$  est utilisée pour calibrer la position du pic,  $B_t$  pour le comportement post pic et  $A_t$  pour l'asymptote finale (Mazars, 1984). La figure 1.2 propose une comparaison entre résultats numérique et expérimental. La position du pic est correctement simulée. Le comportement post-pic, même s'il n'est pas totalement identique, est reproduit. A partir de cette comparaison, on peut donc affirmer que le modèle d'endommagement scalaire est adapté à la simulation d'essais de traction monotone.

E (GPa)	$A_t$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
31.25	0.94	16000	$10.5 \cdot 10^{-5}$

Tableau 1.1: Essai de traction simple. Coefficients du modèle.

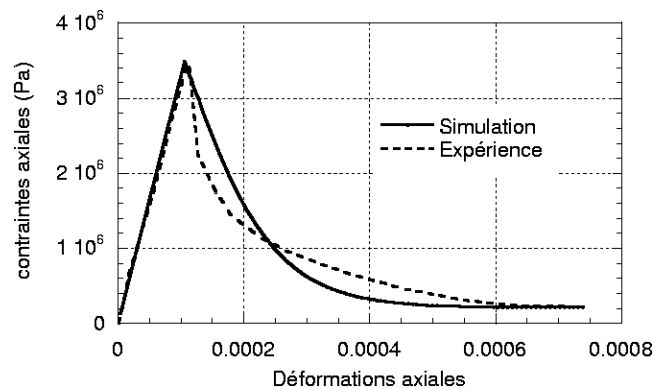


Figure 1.2 : Courbe contraintes-déformations. Traction uniaxiale.

### 2.2.2 Chargement alterné

Pour aller plus loin dans la validation, un chargement alterné de traction – compression est considéré (figure 1.3). Le test est toujours réalisé sur un seul élément. Celui-ci est sollicité deux fois en traction et deux fois en compression. La figure 1.4 montre la réponse simulée. Les paramètres, initialement choisis pour le benchmark proposé par Ghavamian (1999) sont donnés dans le tableau 1.2. Les caractéristiques du béton utilisé pour cette application étant différentes de celles du 2.2.1, les paramètres choisis sont eux aussi différents.

E (GPa)	$\nu$	$A_t$	$B_t$	$A_c$	$B_c$	$\varepsilon_{D0}$
32	0.2	1	10000	1.15	1391	$9.375 \cdot 10^{-5}$

Tableau 1.2 : Essai alterné. Paramètres du modèle

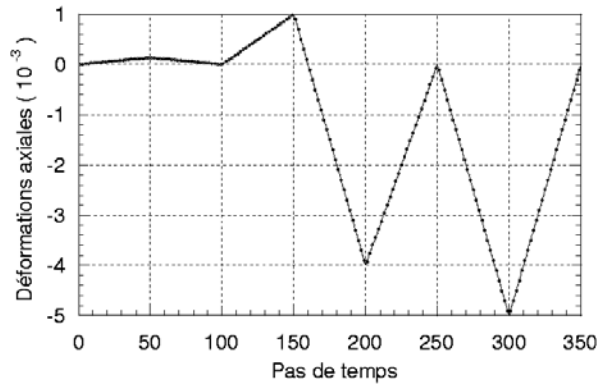


Figure 1.3: Chargement alterné. Traction – Compression

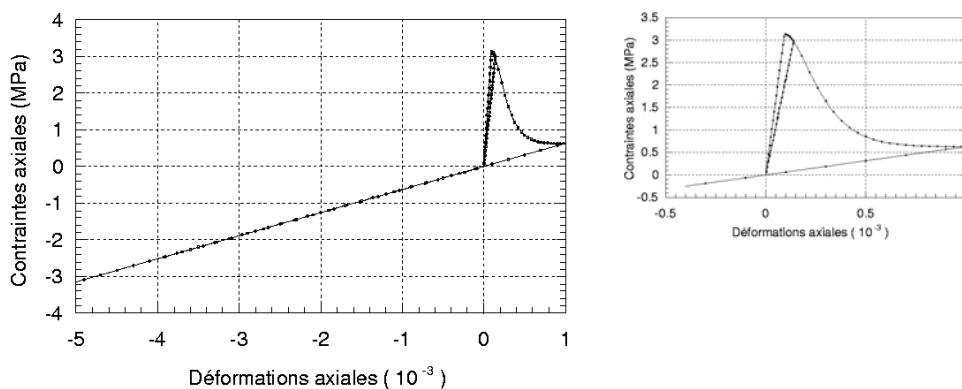


Figure 1.4 : Chargement alterné. Courbe contraintes – déformations.

Lorsque le béton est totalement déchargé, une contrainte nulle est associée à une déformation nulle car les déformations irréversibles ne sont pas prises en compte. Le déchargement est donc linéaire avec une pente égale au module d'Young « endommagé »  $E_d$  :

$$E_d = (1 - D)E \quad (1.11)$$

Après le deuxième chargement en traction, la variable d'endommagement a atteint sa valeur maximale. Comme elle ne peut diminuer, la réponse en compression est linéaire. Expérimentalement, la refermeture des fissures joue un rôle prépondérant dans le cas de chargements alternés (Laborderie, 1991). Lors du déchargement, les microfissures se referment progressivement et la raideur du matériau augmente avec un endommagement constant. Ce phénomène n'est pas inclus dans le modèle et c'est pour cette raison que la recouvrance de rigidité n'apparaît pas. Les résultats du benchmark (Ghavamian, 1999) synthétisés par Ghavamian et Delaplace (2003) (figure 1.5) montrent d'ailleurs que la prise en compte des déformations plastiques et de la refermeture de fissures est une solution adaptée au problème.

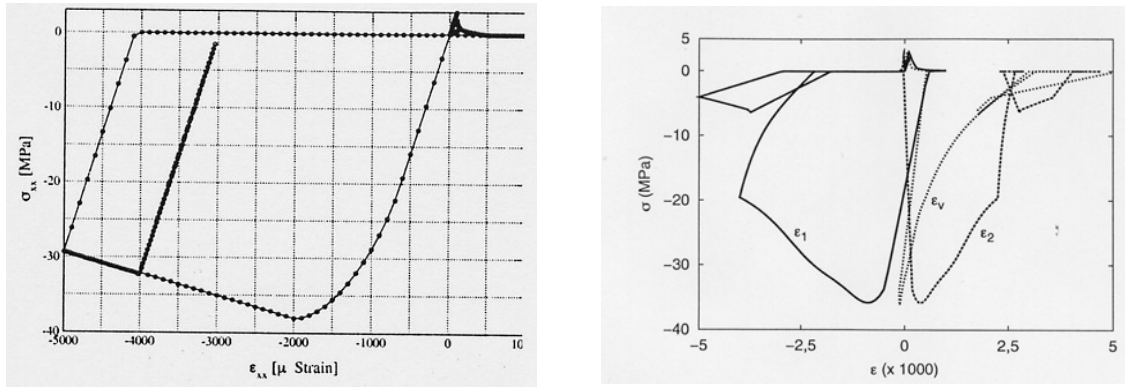


Figure 1.5 : Prise en compte des déformations irréversibles et de la refermeture de fissures. Réponses au benchmark (a) d'après Hansen et Saouma, 2003 (b) d'après Dubé et al, 2003.

Elle permet de reproduire d'une part les phénomènes irréversibles après déchargement, d'autre part l'augmentation de la pente lors du passage traction – compression. Par comparaison, la loi de comportement isotrope n'est donc pas totalement appropriée pour la modélisation de chargements alternés.

### 2.2.3 Essai triaxial avec confinement

Un essai triaxial est modélisé. Un déplacement vertical est appliqué sur la face plane d'une éprouvette cylindrique après mise en pression hydrostatique. Les résultats numériques sont comparés à l'expérience (Sfer et al, 2002) pour différents niveaux de confinement. La figure 1.6 montre la courbe contraintes – déformations pendant l'application du déplacement vertical (la phase de confinement n'est pas représentée). Les paramètres utilisés pour cette simulation (tableau 1.3) sont calibrés à partir de la courbe de compression simple.

E (GPa)	$\nu$	$A_t$	$B_t$	$A_c$	$B_c$	$\epsilon_{D0}$
27.3	0.2	0.8	10000	1.5	1700	$1 \cdot 10^{-4}$

Tableau 1.3 : Essai triaxial confiné. Paramètres du modèle

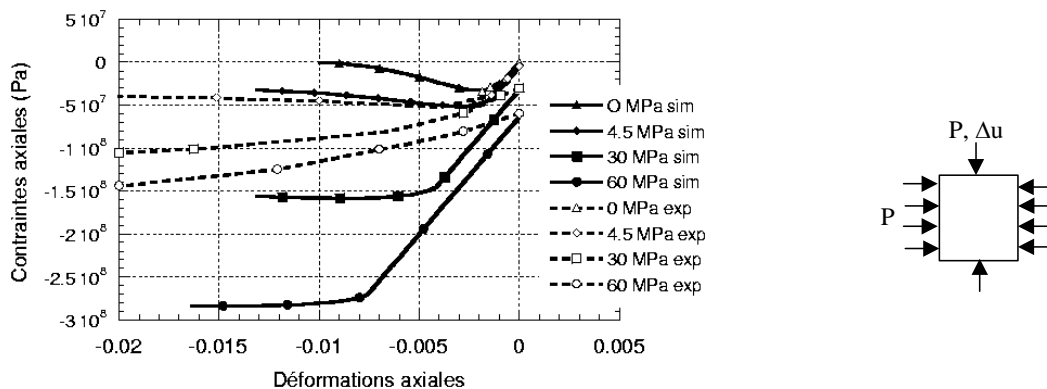


Figure 1.6 : Essai triaxial confiné. Contraintes axiales – déformations axiales.



Le modèle isotrope donne des résultats satisfaisants pour des pressions de confinement relativement faibles. En utilisant des paramètres appropriés, l'essai de compression simple ( $P = 0$  MPa) est reproduit. Pour un confinement de 4.5 MPa, la simulation et l'expérience donnent encore des résultats comparables. Mais dès que la pression de confinement prend des valeurs plus élevées (30 MPa ou 60 MPa), la loi de comportement propose une surestimation des résultats expérimentaux.

En fait, cela vient de la définition de la déformation équivalente (1.5) qui caractérise l'extension du matériau pendant le chargement. Quand la pression de confinement est appliquée, le béton ne subit aucune extension, quelle que soit la direction. La déformation équivalente est nulle et le matériau se comporte élastiquement tant que les déformations principales restent négatives. Si cette prédiction est acceptable pour les faibles pressions de confinement, elle est inexacte quand des valeurs plus fortes sont considérées. Pour 30 et 60 MPa par exemple, la rigidité observée lorsque l'application du déplacement vertical commence est inférieure à la rigidité élastique (mise en évidence d'un comportement non linéaire expérimental, voir section 2.1 du chapitre 2 et en particulier la figure 2.4 pour plus de précisions). Le modèle d'endommagement isotrope est donc adapté à la simulation d'essais triaxiaux pour de faibles pressions de confinement.

Si cette conclusion est exacte pour la réponse axiale, elle ne l'est plus si on considère le comportement volumique. La figure 1.7 illustre la réponse volumique en compression cyclique (voir chapitre 3). Les déformations restent toujours négatives. L'évolution, d'un comportement contractant (diminution du volume) vers un comportement dilatant (augmentation du volume), mise en évidence expérimentalement (Sfer et *al*, 2002), ne peut donc être représentée.

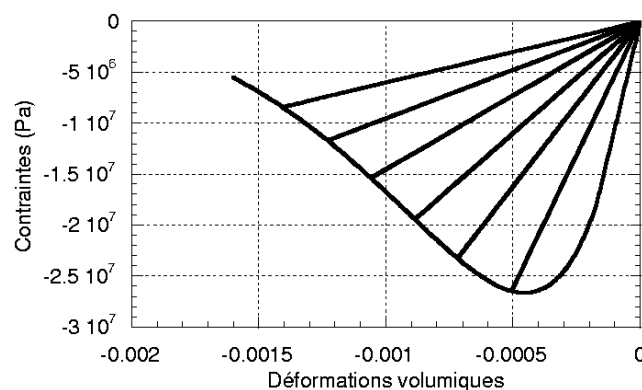


Figure 1.7 : Réponse volumique du modèle d'endommagement en compression simple

### 2.2.4 Flexion trois points sur une poutre en béton armé

Les tests utilisés jusqu'à présent sont des applications homogènes. Le processus de validation passe aussi par la simulation de tests structurels. Ces essais, généralement tridimensionnels, ont pour but d'estimer les performances du modèle et sa capacité à représenter un comportement structurel classique.

L'application décrite ici est extraite du benchmark proposé par Ghavamian (1999) et Ghavamian et Delaplace (2003). Il s'agit d'un calcul 3D sur une poutre en béton armé. La géométrie et le système de chargement sont présentés dans la figure 1.8. La figure 1.9 illustre la distribution des aciers dans le béton. Les paramètres choisis pour cet exemple sont  $A_c=1.276$ ,  $B_c=1768$ ,  $A_t=0.9$ ,  $B_t=8000$ ,  $\varepsilon_{D0}=1 \cdot 10^{-4}$ ,  $E=20$  GPa,  $\nu=0.2$  (calage fixé par les données du benchmark). Les barres d'acier sont modélisées en utilisant une loi élasto – plastique de Von Mises avec écrouissage positif linéaire :  $E=200$  GPa,  $\nu=0$ ,  $\sigma_e=400$  MPa (seuil de plasticité),  $E_T=3245$  MPa (module plastique tangent). L'interface acier – béton est supposée parfaite.

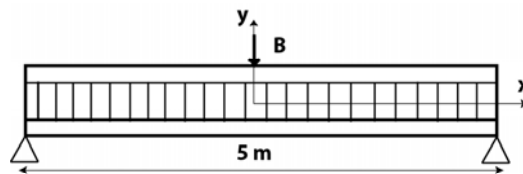


Figure 1.8 : Flexion trois points d'une poutre en béton armé

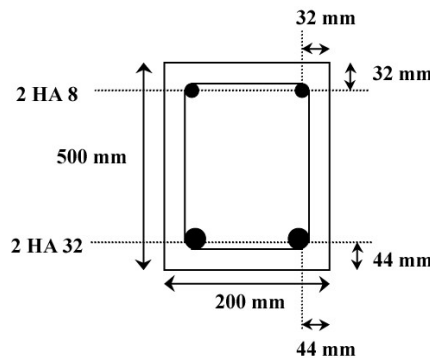


Figure 1.9 : Distribution des aciers dans la poutre. Section transversale

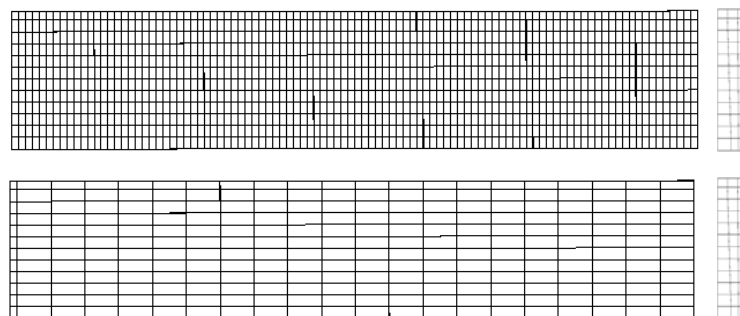


Figure 1.10 : Maillages étudiés (20 et 100 éléments dans la section longitudinale)

Deux maillages (quart de poutre) sont étudiés, le premier comprenant 20 éléments cubiques à 20 nœuds dans la section longitudinale, le second 100 éléments (figure 1.10). Les profils d'endommagement après calcul sont donnés dans la figure 1.11. Les courbes force – déplacement sont présentées dans la figure 1.12.

Les simulations avec 20 ou 100 éléments donnent des résultats sensiblement différents. Une dépendance de la réponse à la densité de maillage est observée et les aciers ne peuvent aider à la régularisation. Ce manque d'objectivité de la réponse simulée est lié à la localisation des déformations, typique des lois de comportement adoucissantes. Elle aboutit à l'apparition d'un état critique où le maillage est si fin que l'endommagement ne se localise que dans des bandes infiniment petites (figure 1.11 (b)). Une rupture sans dissipation d'énergie est alors simulée. Le paragraphe suivant va s'attacher à décrire ce phénomène et à proposer une solution au problème.

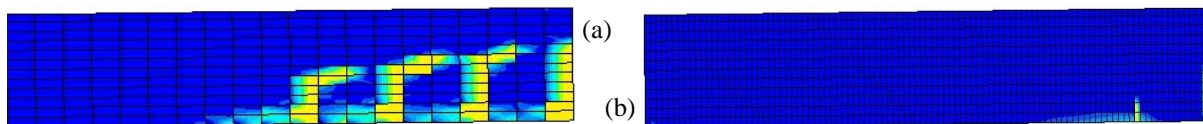


Figure 1.11 : Profil d'endommagement dans la section longitudinale (les sections claires sont les plus endommagées), 20 éléments dans la section longitudinale (a), 100 éléments dans la section longitudinale (b)

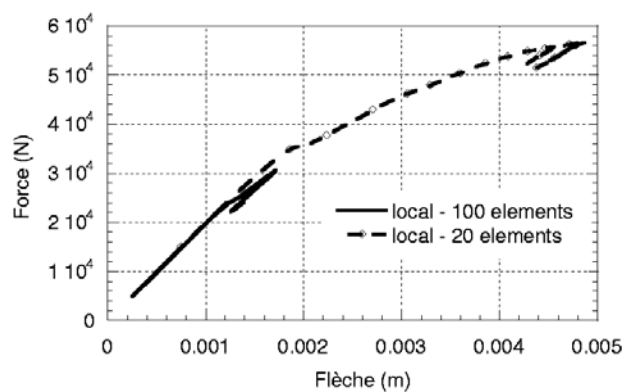


Figure 1.12 : Courbes effort – déplacement. Comparaison des réponses en fonction des maillages utilisés.

### 3 Localisation des déformations. Problèmes et solutions

#### 3.1 Phénomène de localisation

Les problèmes liés à la localisation des déformations, mis en évidence dans l'exemple précédent, ne sont pas propres au comportement mécanique du béton. Ils apparaissent aussi dans d'autres domaines (les métaux (Tvergaard et Needleman, 1995 ou Rice, 1976 par exemple), les roches (Zhou et al, 2002) ...) et nécessitent l'utilisation de techniques de régularisation.

Physiquement, après la microfissuration diffuse qui caractérise les premiers temps du comportement non linéaire, un mécanisme macroscopique se développe sous la forme d'une bande d'endommagement. Les déformations ont tendance à se localiser dans une zone de dimension finie (macrofissuration). Les contraintes en un point matériel ne peuvent plus être décrites localement mais doivent aussi prendre en considération les interactions avec le milieu proche (Askes, 2000). Cette bande de localisation, de dimension microstructurale, ne peut être décrite correctement par les modèles continus classiques (Peerlings et al, 2001, Bazant, 1976, de Borst et Muhlhaus, 1992 par exemple).

Mathématiquement, lorsqu'un point matériel entre dans le régime adoucissant, la forme des équations qui régissent le problème passe d'elliptique à hyperbolique. La description mathématique devient inadéquate car les conditions initiales et les conditions aux limites qui étaient correctes dans le cas elliptique deviennent mal posées pour le cas hyperbolique (Benallal et al, 1993) (Peerlings et al, 1996 (a)).

Numériquement, la formulation locale donne une réponse dépendante de la finesse et de l'orientation du maillage (Crisfield, 1982). Dans les cas extrêmes, cette dépendance amène à la prédiction d'une rupture sans dissipation d'énergie, phénomène physiquement inacceptable (Bazant, 1976).

### 3.2 Limitation de la localisation

Pour décrire les processus microstructuraux à l'origine de la localisation des déformations, tout en conservant une approche continue, une technique de régularisation doit être utilisée. Différentes méthodes existent (Pijaudier-Cabot et al, 1987, Peerlings et al, 1996 (b), Lorentz et Andrieux, 2004). Elles introduisent une information spatiale, généralement sous la forme d'une longueur interne, liée aux interactions entre les défauts et donc à la microstructure du matériau. On se propose dans les paragraphes suivants de décrire deux types de modèles régularisés : les modèles non locaux, basés sur une formulation intégrale, et les modèles gradients.

#### 3.2.1 Modèle non local

Dans cette approche, une déformation non locale équivalente  $\bar{\varepsilon}_{eq}$  est définie comme la moyenne pondérée de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  (1.5) sur le domaine  $\Omega$ .

$$\bar{\varepsilon}_{eq}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_{\Omega} \psi(y, x) \varepsilon_{eq}(y) d\Omega \quad (1.12)$$

où  $\Omega$  est le volume de la structure,  $V_r(x)$  est le volume représentatif au point  $x$ ,  $\psi(y,x)$  est une fonction poids avec :

$$V_r(x) = \int_{\Omega} \psi(y,x) d\Omega$$

$$\psi(y,x) = \exp\left(\frac{-4\|x-y\|^2}{l_c^2}\right) \quad (1.13)$$

$l_c$  est la longueur interne. Elle détermine le volume de la structure qui contribue au calcul de la déformation équivalente non locale.

Compte tenu de l'architecture du code de calcul utilisé (« *Code\_Aster* »), l'implantation numérique de cette technique de régularisation n'est pas aisée (calcul de la moyenne spatiale, opérateur tangent cohérent non symétrique...). Une approche gradient a donc été préférée.

### 3.2.2 Modèle gradient

#### 3.2.2.1 Formulation explicite

Dans ce modèle, la déformation équivalente non locale est liée à la déformation locale et à son laplacien par la relation :

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \varepsilon_{eq} + c\nabla^2 \varepsilon_{eq} \quad (1.14)$$

Dans des cas précis (domaine d'étude  $\Omega = \square^3$  (Peerlings et al, 2001), niveau de localisation des déformations réduit (Huerta et Pijaudier-Cabot, 1994)), cette relation peut être déduite de la formulation intégrale (1.12) par une décomposition en série de Taylor de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  (Peerlings et al, 1996 (a)).

Dans l'équation (1.14), les dérivées du second ordre de la déformation équivalente locale introduisent une interaction spatiale dans le modèle. Néanmoins, la dépendance explicite de  $\bar{\varepsilon}_{eq}$  par rapport à  $\varepsilon_{eq}$  et à son laplacien réduit cette distance d'interaction à un volume infinitésimal (Peerlings et al, 2001). Les variations de  $\varepsilon_{eq}(y)$  à une distance finie de  $x$  n'ont aucun effet sur  $\varepsilon_{eq}(x)$  et  $\nabla^2 \varepsilon_{eq}(x)$  et donc sur  $\bar{\varepsilon}_{eq}(x)$ . C'est pour cette raison qu'on lui préfère généralement une formulation implicite.

#### 3.2.2.2 Formulation implicite

La forme implicite du modèle gradient s'écrit :

$$\varepsilon_{eq} = \bar{\varepsilon}_{eq} - c\nabla^2 \bar{\varepsilon}_{eq} \quad (1.15)$$

équation à laquelle il faut ajouter des conditions aux limites. Mathématiquement, il est en effet nécessaire de spécifier une valeur de  $\bar{\varepsilon}_{eq}$  ou de  $\nabla \bar{\varepsilon}_{eq} \cdot n$  (avec  $n$  le vecteur normal extérieur) en chaque point du domaine limite. On choisira ici la condition naturelle qui permet de retrouver pour les problèmes homogènes  $\bar{\varepsilon}_{eq} = \varepsilon_{eq}$  (Peerlings et al, 1996 (b)):

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}}{\partial n} = n \frac{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}}{\partial x_i} = 0 \quad (1.16)$$

La déformation équivalente non locale devient donc la solution d'une équation différentielle associée à des conditions aux limites. On peut d'ailleurs montrer que cette approche régularisée est exactement équivalente au modèle non local (1.12) en choisissant une fonction poids appropriée (Peerlings et al, 2001)

Une alternative à cette formulation consiste à appliquer le même raisonnement, non plus à un scalaire (la déformation non locale équivalente  $\bar{\varepsilon}_{eq}$ ) mais à un tenseur de déformation non locale  $\bar{\varepsilon}$ . On écrit alors la relation :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \bar{\varepsilon}_{ij} - c \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{ij} \\ \nabla \bar{\varepsilon} \cdot n &= 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Cette approche est ensuite adaptée au modèle d'endommagement isotrope en remplaçant la déformation équivalente locale (1.5) par sa version non locale :

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \bar{\varepsilon}_i \rangle^2} \quad (1.18)$$

Le scalaire  $c$  de l'équation (1.17) a la dimension d'une longueur au carré. On peut donc définir une longueur interne  $s_c$  ( $s_c = \sqrt{c}$ ) propre au modèle gradient. On montrera par la suite qu'elle peut être reliée à la longueur interne  $l_c$  du modèle non local (1.13).

Comparée aux approches classiques qui appliquent directement une équation non locale sur la déformation équivalente du modèle de Mazars (équations (1.12) ou (1.15) par exemple), cette méthode peut s'adapter à n'importe quelle loi constitutive. En effet, elle est basée sur le calcul d'un tenseur de déformations non locales à partir duquel tous les invariants peuvent être obtenus, quel que soit le phénomène étudié (isotropie, anisotropie, plasticité ...). La contrepartie de cette adaptabilité est numérique : le calcul d'un tenseur de déformations, au lieu d'un simple scalaire, est plus coûteux. Néanmoins, compte tenu des objectifs de ce

travail, et dans l'optique d'une utilisation pluridisciplinaire des techniques de régularisation, c'est cette approche qui a été choisie pour notre étude.

### 3.3 Calage de la longueur interne – Flexion trois points sur poutre entaillée

Le modèle d'endommagement associé à la formulation régularisée décrite dans le paragraphe précédent a été implanté dans le code éléments finis « Code\_Aster » (Godard, 2001). Deux questions peuvent alors se poser :

- la modélisation gradient permet-elle de répondre aux problèmes liés à la localisation des déformations ?
- comment caler le paramètre non local  $c$  caractérisant les interactions spatiales ?

Pour répondre à ces deux questions, on considère une poutre entaillée soumise à un chargement de flexion trois points. La géométrie de la poutre, ainsi que les conditions aux limites, sont présentées sur la figure 1.13. Deux maillages sont définis, un maillage grossier constitué de 890 éléments (COA sur la figure) et un maillage plus fin avec 1938 éléments (MED). La simulation est réalisée en deux dimensions (déformations planes).

La figure 1.14 présente, sur chaque maillage, les courbes effort – déplacement pour trois valeurs du paramètre non local  $c$  ( $c = 25, 100, 400 \text{ mm}^2$ ). La figure 1.15 illustre les profils d'endommagement dans la demi – poutre pour chaque maillage et pour une valeur de  $c$  égale à  $100 \text{ mm}^2$ . Les paramètres du modèle sont ceux de Rodriguez-Ferran et al (2002) :  $A_c = 1.25$ ,  $B_c = 1000$ ,  $A_t = 0.95$ ,  $B_t = 9000$ ,  $\varepsilon_{D0} = 3 \cdot 10^{-5}$ ,  $E = 38,5 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.24$ .

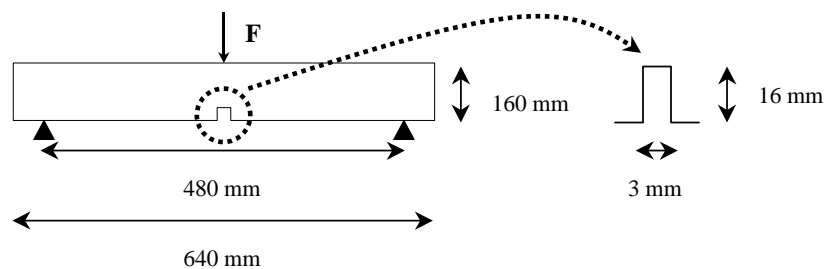


Figure 1.13 : Flexion trois points sur poutre entaillée. Géométrie et conditions aux limites

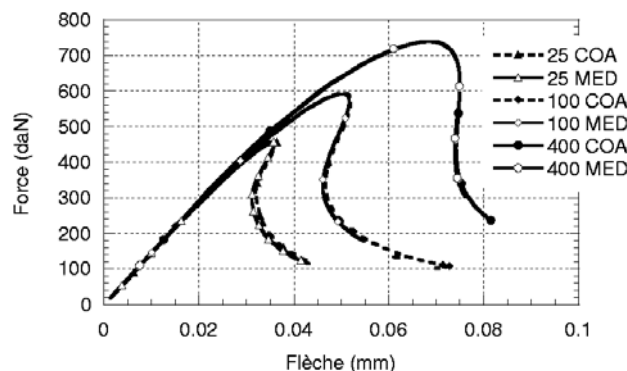


Figure 1.14 : Poutre entaillée en flexion trois points. Influence du maillage

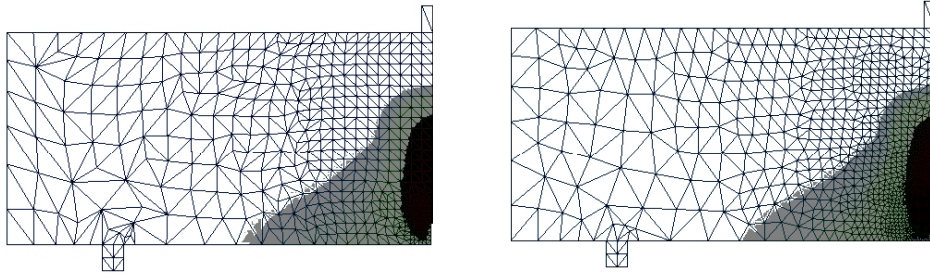


Figure 1.15 : Poutre entaillée en flexion trois points. Profils d'endommagement. Les zones noires ont un endommagement égal à un.

Pour une même valeur du paramètre  $c$ , qui quantifie les interactions non locales (voir section 3.2.2.2), les résultats numériques sont identiques, quel que soit le maillage utilisé. Le problème de dépendance de la solution, propre aux lois adoucissantes, est résolu en recourant à la déformation non locale équivalente. La même conclusion s'applique aux profils d'endommagement. Le maillage n'a pas d'influence sur sa localisation.

La figure 1.16 propose, pour le second maillage (MED), une comparaison entre l'approche non locale avec formulation intégrale (1.12) et celle utilisée dans notre étude (1.15).  $s_c$  est égale à la racine carrée de  $c$ . Les simulations utilisant l'approche non locale intégrale sont réalisées avec le code éléments finis « Castem » (Castem, 1993). En choisissant des longueurs internes appropriées, les deux techniques de régularisation sont presque équivalentes. Ce résultat donne de précieuses informations pour la calibration de  $c$ . En effet, dans le cas de la formulation non locale « intégrale », de nombreuses méthodes existent pour choisir une longueur caractéristique  $l_c$  représentative du matériau (à partir des lois d'effet d'échelle par exemple (Le Bellego et al, 2003)). Néanmoins, il est généralement admis que  $l_c$  peut être correctement estimée par trois fois la taille maximale des agrégats dans le béton ( $d_a$ ).

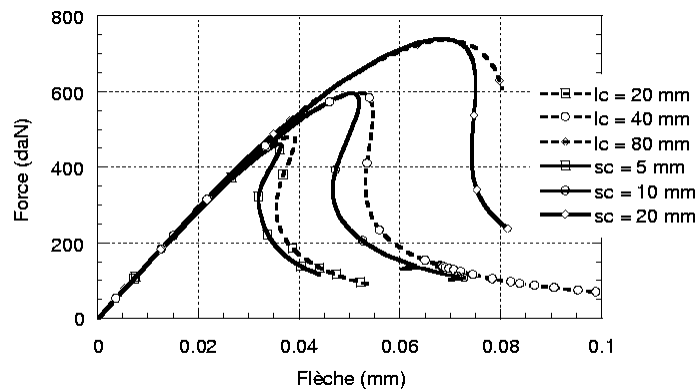


Figure 1.16 : Comparaison de deux approches régularisées.



En utilisant le rapport 4 mis en évidence dans la figure 1.16 entre  $l_c$  et  $s_c$ , une bonne approximation de  $c$  est donnée par :

$$c \approx \frac{9d_a^2}{16} \quad (1.19)$$

En conclusion, l'approche régularisée gradient, basée sur le calcul d'un tenseur de déformations non locales, est adaptée à la description de la localisation de l'endommagement et des déformations. De plus, à partir des caractéristiques du matériau ( $d_a$ ), il est désormais possible de proposer une valeur appropriée pour le paramètre  $c$ .

### 3.4 Poutre en béton armé chargée en flexion trois points.

On reprend ici l'exemple de la poutre en béton armé (BA) soumise à un chargement de flexion trois points (section 2.2.4). La figure 1.17 présente la courbe force – flèche associée à la réponse non locale ( $c=0.0003351 \text{ m}^2$ ) ainsi qu'une comparaison avec les résultats expérimentaux. Le maillage (quart de poutre) comporte 100 éléments dans la section longitudinale (figure 1.10) afin d'obtenir une taille de maille égale à environ un tiers de  $l_c$ .

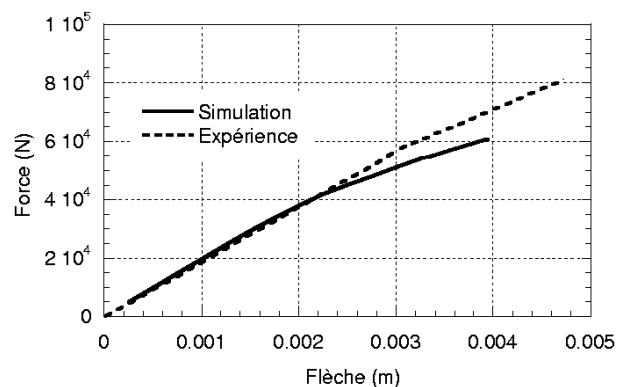


Figure 1.17 : Flexion trois points sur une poutre en béton armé. Courbe force – flèche. Simulation et expérience

Des similitudes qualitatives peuvent être soulignées. En particulier, le rôle des aciers dans la réponse globale est reproduit avec l'absence de branche adoucissante caractéristique du béton armé. La figure 1.18 illustre le profil d'endommagement dans le quart de poutre.

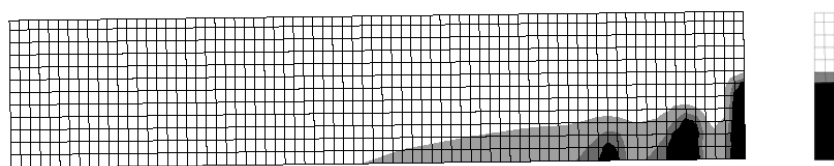


Figure 1.18 : Flexion trois points sur une poutre en béton armé ( $c=0.0003351 \text{ m}^2$ ). Distribution de l'endommagement. Coupes transversale et longitudinale. Les zones noires correspondent à un endommagement de 1.

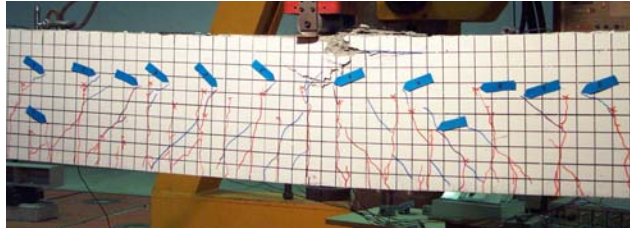


Figure 1.19: Poutre en flexion trois points. Profil de fissuration expérimental

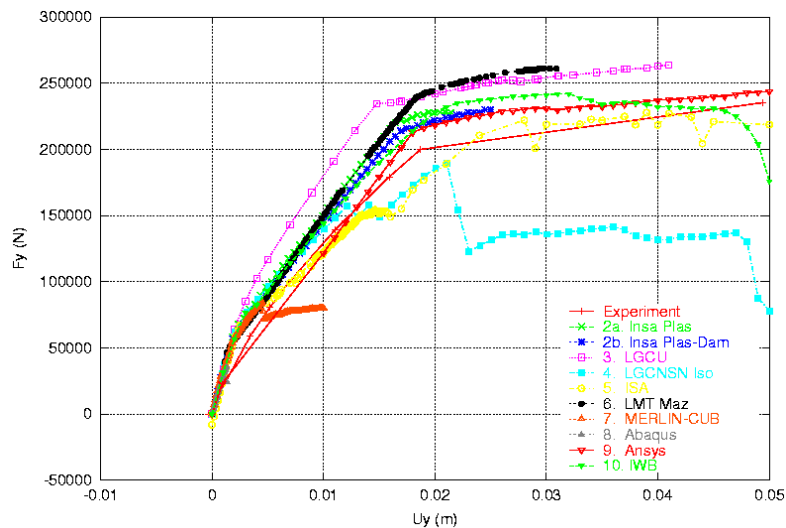


Figure 1.20: Test de flexion trois points sur une poutre en béton armé. Réponse au benchmark proposé par Ghavamian (1999), d'après (Ghavamian et Delaplace, 2003)

Une bande de localisation principale apparaît au centre de la structure, suivie par plusieurs bandes secondaires. Cette répartition de l'endommagement représente correctement la formation de fissures dans une poutre BA en flexion trois points (figure 1.19). Le modèle isotrope est donc suffisant pour reproduire ce comportement structurel.

Il est à noter que le calcul a été arrêté pour une flèche de 4 mm car les ressources informatiques (quantité de mémoire limitée à 1Go en particulier) ne nous permettaient pas de poursuivre la simulation. Il s'agit donc d'une limitation numérique de la technique de régularisation choisie. En effet, pour une finesse de maillage donnée et adaptée (au moins trois mailles dans une longueur interne), l'approche gradient nécessite des ressources informatiques plus importantes qu'une approche non locale intégrale par exemple (6 inconnues supplémentaires à calculer pour la première contre 1 seule pour la seconde). A titre d'illustration, la figure 1.20 montre les réponses données par les participants du benchmark proposé par Ghavamian (1999). En particulier, le modèle « LMT-Maz » utilise la relation de Mazars associée à une méthode non locale intégrale. Une flèche de plus de 3 cm est alors obtenue.

Cette application est également l'occasion d'étudier l'influence du paramètre  $c$ . La figure 1.21 illustre la répartition de l'endommagement dans la demi poutre pour  $c = 0.009 \text{ m}^2$ . La zone de régularisation étant ici bien supérieure à la zone d'interactions théorique ( $c \approx \frac{9d_a^2}{16} \approx 3.10^{-4} \text{ m}^2$ ), le profil obtenu ne représente plus des « fissures » discrètes mais une unique bande continue, contraire aux observations expérimentales. On voit clairement, sur cet exemple, que le choix du paramètre  $c$  n'est pas anodin pour obtenir une réponse numériquement acceptable mais aussi conforme à l'expérience.

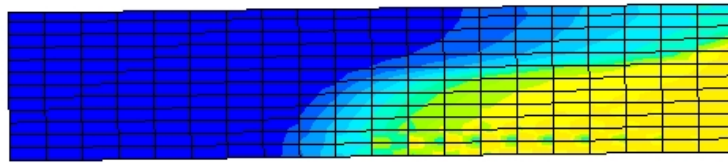


Figure 1.21 : Distribution de l'endommagement dans la demi – poutre.  $c = 0.009 \text{ m}^2$ . Les zones les plus claires sont les plus endommagées.

#### 4 Implantation numérique et qualité de l'algorithme de résolution

Pour les applications étudiées jusqu'à présent, la vitesse d'exécution du calcul n'est pas un critère dominant de qualité. Néanmoins, la capacité à reproduire un comportement expérimental n'est pas le seul point sur lequel la performance d'un modèle numérique doit être évaluée. La robustesse de l'implantation est aussi une étape importante dans le processus de validation. Sur des tests structurels, voire industriels (comportement mécanique des enceintes de confinement par exemple), utilisant des maillages fins et des chargements complexes, l'efficacité de l'algorithme itératif de résolution du problème global a un impact direct sur les temps d'étude et ainsi sur la faisabilité du calcul. Elle garantit aussi l'obtention d'un résultat convergé numériquement correct. Les paragraphes suivants vont s'attacher à présenter l'implémentation numérique du modèle de comportement ainsi que la problématique liée au choix de la méthode de résolution.

##### 4.1 Formulation mathématique du problème

Les deux équations à résoudre sont les suivantes (associées à des conditions aux limites particulières) :

- l'équation d'équilibre mécanique (en l'absence de forces volumiques) :

$$\nabla \sigma = 0 \tag{1.20}$$

- l'équation des déformations non locales de la méthode de régularisation :

$$\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + c \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{ij} \quad (1.21)$$

Ces deux équations sont discrétisées par la méthode des éléments finis en définissant deux familles de fonctions de forme,  $N$  pour les déplacements,  $\bar{N}$  pour le tenseur de déformations non locales qui devient une inconnue du problème. L'ordre d'interpolation de  $\bar{N}$  est ici pris inférieur de un à celui de  $N$ , afin d'éviter les oscillations des contraintes (Peerlings, 1999). La figure 1.22 illustre la répartition des inconnues pour un élément QUA8.

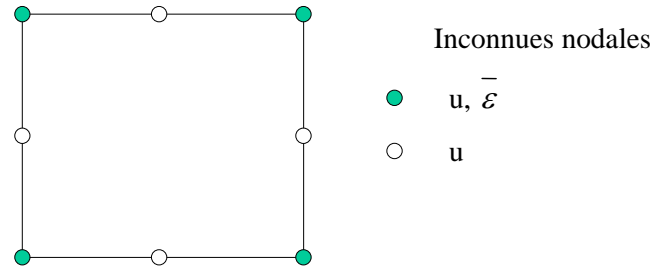


Figure 1.22: Répartition des inconnues dans un élément quadratique QUA8

Quatre nœuds portent les inconnues du déplacement et des déformations non locales et quatre autres nœuds ne contiennent que les inconnues du déplacement (discrétisation quadratique dans un cas et linéaire dans l'autre). Contrairement à un élément quadratique classique à 16 degrés de liberté, cet élément en comporte donc 40.

En utilisant la forme faible des équations (1.20) et (1.21), on obtient le système matriciel suivant (Peerlings et al, 1996 (b)) :

$$\begin{aligned} f_{ai} &= f_{ae} \\ K_{ee} e_i - f_e &= 0 \end{aligned} \quad (1.22)$$

avec

$$\begin{aligned} f_{ai} &= \int B^T \sigma d\Omega & f_{ae} &= \int N^T p d\Gamma \\ K_{ee} &= \int (c \bar{B}^T \bar{B} + \bar{N}^T \bar{N}) d\Omega & f_e &= \int \bar{N}^T \varepsilon_i d\Omega \end{aligned} \quad (1.23)$$

$B$  est la matrice des dérivées de  $N$ ,  $p$  le vecteur des contraintes agissant aux frontières,  $(e_i)$  les inconnues nodales de la déformation non locale. Les quantités surmontées d'une barre sont propres aux déformations non locales. Les composantes du déplacement nodal seront notées dans la suite  $(a_i)$ . En particulier,  $\varepsilon_i = B a_i$ .

## 4.2 Méthode de résolution

Les équations discrétisées sont résolues par la méthode de Newton-Raphson. Elle consiste à trouver la solution d'un système non linéaire de la forme  $F(x) = 0$  en créant une suite itérative  $({}_n x)$  qui tend vers la solution du problème. Cette suite est définie par la relation :

$$F'({}_n x)({}_{n+1} x - {}_n x) = -F({}_n x) \quad (1.24)$$

dans laquelle  $n$  est le numéro de l'itération.

### 4.2.1 Application de la méthode de Newton Raphson

La méthode de Newton – Raphson est appliquée pour la résolution du système (1.22). Les équations sont tout d'abord différenciées,

$$\begin{aligned} {}_n \delta f_{ai} &= f_{ae} - {}_n f_{ai} \\ K_{ee} {}_n \delta e_i - {}_n \delta f_e &= {}_n f_e - K_{ee} e_i \end{aligned} \quad (1.25)$$

puis développées de manière à obtenir le nouveau système à résoudre :

$$\begin{pmatrix} K_{aa} & K_{ae} \\ K_{ea} & K_{ee} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} {}_n \delta a \\ {}_n \delta e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{ae} - {}_n f_{ai} \\ f_e - K_{ee} e \end{Bmatrix} \quad (1.26)$$

avec

$$\begin{aligned} K_{ea} &= -\int N^T B d\Omega & {}_n \delta a &= {}_{n+1}(a_i) - {}_n(a_i) \\ K_{ae} &= \int B^T \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \bar{N} d\Omega & {}_n \delta e &= {}_{n+1}(e_i) - {}_n(e_i) \\ K_{aa} &= \int B^T \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} B d\Omega \\ K_{ee} &= \int (c \bar{B}^T \bar{B} + \bar{N}^T \bar{N}) d\Omega \end{aligned} \quad (1.27)$$

Le principe de résolution itératif est illustré dans le schéma de la figure 1.23

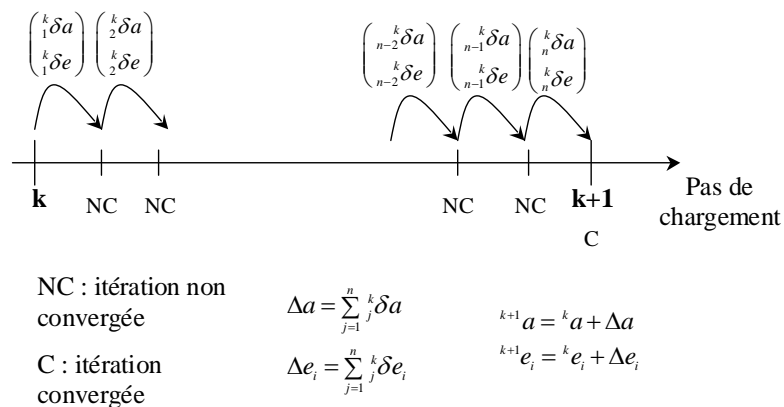


Figure 1.23: Principe de résolution du problème discrétisé

#### 4.2.2 Opérateur tangent cohérent et vitesse de convergence

Une des manières d'évaluer la qualité de l'algorithme itératif de résolution consiste à étudier sa vitesse de convergence. En considérant une suite  $x_n$  qui tend vers  $x$  solution du problème, la méthode itérative est dite d'ordre  $\alpha$ , s'il existe deux réels  $\alpha$  et  $\lambda$  tels que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{|x_{n+1} - x|}{|x_n - x|^\alpha} \right) = \lambda. \text{ En particulier, pour } \alpha = 1, \text{ on parle de vitesse de convergence linéaire,}$$

tandis que pour  $\alpha = 2$ , on parle de vitesse de convergence quadratique.

Deux des quatre termes élémentaires de la matrice de résolution (1.26) jouent un rôle fondamental pour la vitesse de convergence, la dérivée de la contrainte par rapport à la déformation d'une part, la dérivée de la contrainte par rapport à la déformation non locale d'autre part. Si ces deux termes sont calculés exactement, en utilisant la relation contraintes – déformations de la loi de comportement,

$$\sigma_{ij} = (1 - D)C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1.28)$$

on parle d'opérateur tangent cohérent pour la matrice de résolution. La vitesse de convergence obtenue est alors quadratique (voir paragraphe 4.2.2.2). Une seconde possibilité consiste à utiliser la relation d'élasticité pour le calcul de ces dérivées :

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (1.29)$$

La vitesse de convergence associée à ce choix est linéaire (voir paragraphe 4.2.2.2). D'autres techniques existent (réactualisation partielle de la matrice tangente par exemple) et sont illustrées dans la figure 1.24.

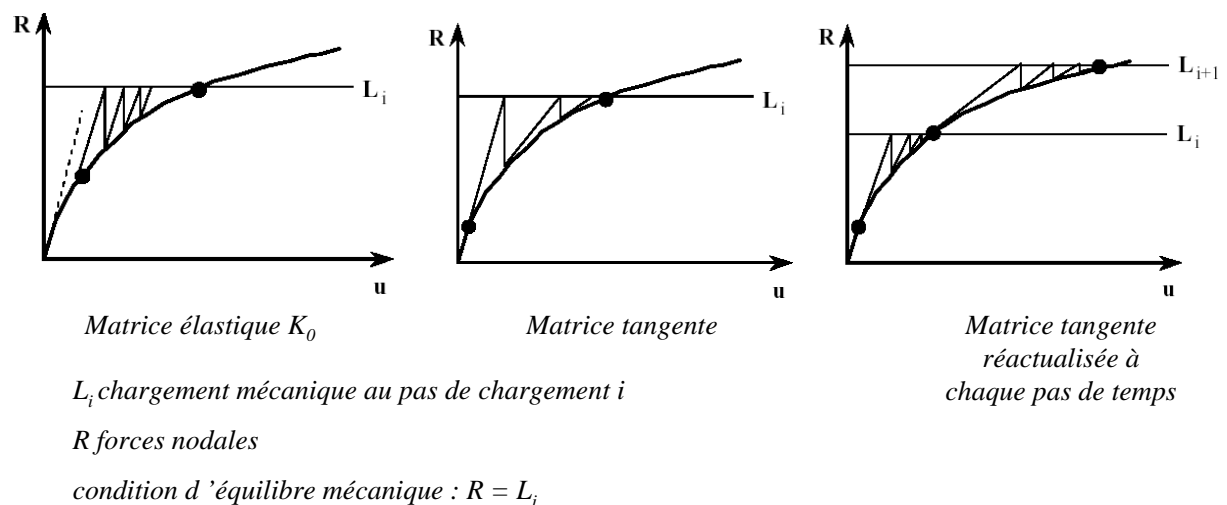


Figure 1.24: Choix de la matrice de résolution . Matrice tangente, matrice élastique et matrice réactualisée (d'après Tardieu et al, 2001)

Pourquoi laisser à l'utilisateur le recours à une matrice de résolution élastique avec une vitesse de convergence linéaire, nettement inférieure à celle obtenue avec la matrice tangente ? Comme on vient de le voir, l'utilisation de la matrice tangente nécessite un calcul exact des dérivées des contraintes par rapport aux déformations. Dans le cas du modèle de Mazars et compte tenu de l'expression de  $D$  (1.7), une détermination analytique complète est difficile. Il s'agit donc d'être prudent dans la mesure où une erreur dans leur estimation conduit généralement à la perte de la convergence quadratique voire à la divergence de la méthode. La matrice élastique, quant à elle, ne propose qu'une convergence linéaire mais a une expression fixe et connue.

Le paragraphe suivant va s'attacher à proposer, sous certaines conditions, un opérateur tangent cohérent pour le modèle d'endommagement scalaire et à valider son expression.

#### 4.2.2.1 Calcul de l'opérateur tangent

Le calcul de l'opérateur tangent cohérent repose sur la connaissance des dérivées de la contrainte par rapport aux déformations locales et non locales. A partir de la loi de comportement (1.4) et de l'expression de l'endommagement (1.7), on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} &= (1-D)C_{ijkl} - \frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} C_{ijmn} \varepsilon_{mn} \\
\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} &= \frac{\partial \alpha_t}{\partial \varepsilon_{kl}} D_t(\bar{\varepsilon}) + \frac{\partial \alpha_c}{\partial \varepsilon_{kl}} D_c(\bar{\varepsilon}) \\
\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} &= -\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} C_{ijmn} \varepsilon_{mn} \\
\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} &= \alpha_t \frac{\partial D_t(\bar{\varepsilon})}{\partial \varepsilon_{kl}} + \alpha_c \frac{\partial D_c(\bar{\varepsilon})}{\partial \varepsilon_{kl}}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Compte tenu de la complexité du calcul de la dérivée de  $D$  par rapport aux déformations, on fait l'hypothèse d'un chargement radial, c'est-à-dire :

$$d\alpha_t = d\alpha_c = 0$$

soit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} &= (1-D)C_{ijkl} \\
\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} &= \left( \alpha_t \frac{\partial D_t(\bar{\varepsilon})}{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}} + \alpha_c \frac{\partial D_c(\bar{\varepsilon})}{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \bar{\varepsilon}} \\
\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}} &= \left( \alpha_t \frac{\partial D_t(\bar{\varepsilon})}{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}} + \alpha_c \frac{\partial D_c(\bar{\varepsilon})}{\partial \bar{\varepsilon}_{eq}} \right) \cdot \frac{1}{2\bar{\varepsilon}_{eq}} \cdot \frac{\partial (Tr(\bar{\varepsilon}_+ \cdot \bar{\varepsilon}_+))}{\partial \bar{\varepsilon}}
\end{aligned} \tag{1.31}$$

En associant (1.30) et (1.31) et en utilisant les résultats de Ladevèze (1982), on obtient :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = (1-D)C_{ijkl}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = - \left[ \begin{array}{l} \alpha_t \left( \frac{\varepsilon_{d0}(1-A_t)}{\varepsilon_{eq}^{-2}} + \frac{A_t B_t}{\exp(B_t(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0}))} \right) \\ + \alpha_c \left( \frac{\varepsilon_{d0}(1-A_c)}{\varepsilon_{eq}^{-2}} + \frac{A_c B_c}{\exp(B_c(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0}))} \right) \end{array} \right] \cdot \frac{\varepsilon_{kl}^{-+}}{\varepsilon_{eq}} \cdot \beta_{kl} \cdot C_{ijmn} \varepsilon_{mn} \quad (1.32)$$

avec  $\beta_{kl} = 2*(1-\delta_{kl})$  et  $\varepsilon_{kl}^{-+}$  les composantes du tenseur de déformations non locales positives. La matrice tangente obtenue est généralement non symétrique.

L'hypothèse de radialité du chargement définit le domaine de validité de cette expression ( $d\alpha_t = d\alpha_c = 0$ ). Dans les autres cas, la convergence quadratique de la méthode n'est plus assurée. Néanmoins, dans de telles situations, d'autres modèles sont généralement plus adaptés, par exemple ceux prenant en considération l'anisotropie du comportement ou l'effet de refermeture des fissures (sollicitations alternées) (Fichant et al, 1999).

#### 4.2.2.2 Vitesse de convergence

Pour vérifier la convergence quadratique de la méthode de Newton-Raphson, et ainsi s'assurer de la validité de l'opérateur tangent cohérent, on visualise pour un pas de chargement  $k$  donné le résidu relatif en fonction du numéro d'itération  $n$  (Perez-Foguet et al, 2000), c'est-à-dire,

$$\log\left(\frac{{}^k F_{ext} - {}^n F_{int}}{{}^k F_{ext}}\right) = f(n) \quad (1.33)$$

avec  $F_{ext}$  le chargement mécanique extérieur et  $F_{int}$  les forces nodales internes.

*Essai de traction uniaxiale* : la figure 1.25 illustre les résultats obtenus avec la matrice tangente pour différents pas de chargement (et donc différents niveaux d'endommagement). La figure 1.26 propose une comparaison des vitesses de convergence entre méthode tangente et méthode élastique ( $K_0$ ). Enfin, la figure 1.27 compare les deux méthodes en terme de temps de calcul. Les pas de chargement sont supposés convergés lorsque le résidu relatif atteint  $10^{-11}$ . Le test est piloté en incrément de contraintes.



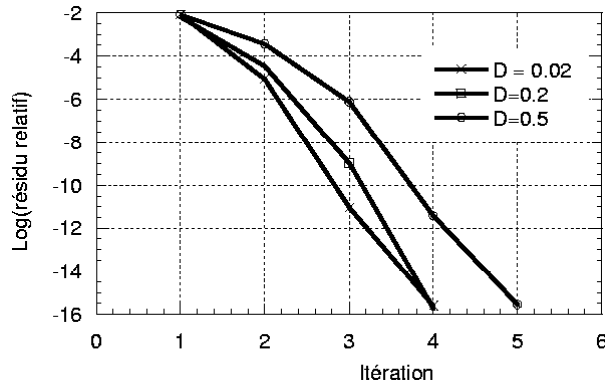


Figure 1.25: Courbes de convergence. Essai de traction simple avec opérateur tangent cohérent

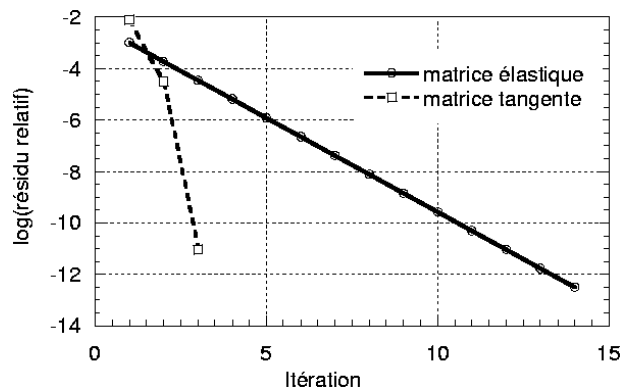


Figure 1.26: Courbes de convergence. Essai de traction simple. Comparaison matrice tangente – matrice élastique

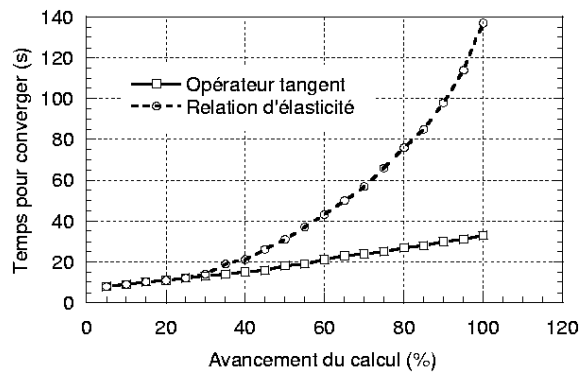


Figure 1.27: Matrice tangente et matrice élastique. Comparaison des temps de calcul.

Plusieurs tendances apparaissent. Tout d'abord, la vitesse de convergence de la méthode de Newton-Raphson utilisant la matrice tangente est au moins quadratique. En passant d'une itération à la suivante, le logarithme du résidu relatif est en effet au moins divisé par deux. Il

existe donc  $\alpha$  supérieur ou égal à 2, tel que  $\log\left(\frac{{}^k F_{ext} - {}^{k+1} F_{int}}{{}^k F_{ext}}\right) = \alpha \log\left(\frac{{}^k F_{ext} - {}^k F_{int}}{{}^k F_{ext}}\right)$  c'est-à-

dire  $\left|\frac{{}^k F_{ext} - {}^{k+1} F_{int}}{{}^k F_{ext}}\right| = \left|\frac{{}^k F_{ext} - {}^k F_{int}}{{}^k F_{ext}}\right|^\alpha$ . Ceci valide donc l'écriture de l'opérateur tangent

cohérent et particulièrement le calcul des dérivées des contraintes par rapport aux déformations et déformations non locales.

Ensuite, le nombre d'itérations requis pour atteindre un résidu de  $10^{-11}$  est nettement supérieur avec la matrice élastique. On retrouve donc un résultat précédemment énoncé : la vitesse de convergence de la méthode de Newton-Raphson utilisant la matrice tangente (quadratique) est supérieure à celle associée à une matrice élastique (linéaire).

Enfin, le temps de calcul, pour un même niveau d'endommagement est plus grand avec la matrice élastique (malgré la réactualisation à chaque itération de la matrice tangente). Ainsi, dans le cas du test de traction uniaxiale, le recours à la matrice tangente est plus avantageux.

Un essai de compression simple (figure 1.28) et un essai triaxial confiné (figure 1.29) sont utilisés pour illustrer les vitesses de convergence sur deux autres chargements. La convergence quadratique est encore vérifiée. L'implantation et le calcul de la matrice tangente peuvent donc être validés.

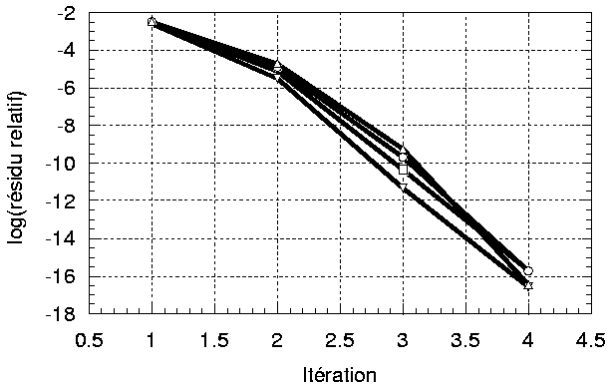


Figure 1.28: Courbes de convergence. Essai de compression simple. Matrice tangente

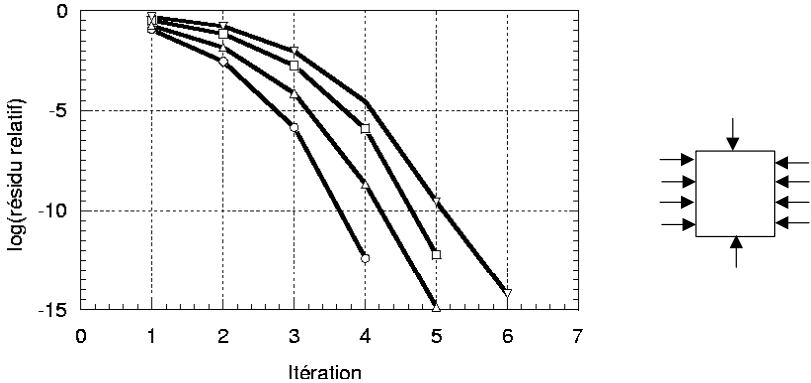


Figure 1.29 : Courbes de convergence. Essai triaxial confiné. Matrice tangente

## 5 Partie courante d'enceinte de confinement de centrales nucléaires.

Les simulations précédentes ont montré les avantages et les limites du modèle d'endommagement isotrope. La loi constitutive reproduit le comportement du béton en traction, en compression et pour les chargements triaxiaux confinés si la pression hydrostatique est suffisamment faible. La flexion trois points est aussi correctement simulée.

Le comportement d'une enceinte de confinement complète représenterait le dernier stade de validation du modèle. Néanmoins, ces structures ont de grandes dimensions. L'étude de phénomènes particuliers (effet des câbles de précontraintes, mise en évidence de zones critiques) nécessiterait une densité de maillage telle que le calcul serait difficilement réalisable (capacité des machines insuffisante). Considérer une enceinte de confinement complète n'est donc pas raisonnable actuellement.

Un cas test intermédiaire a donc été défini. Cette application a été récemment développée par EDF. Il s'agit de modéliser le comportement d'un Volume Structurel Représentatif d'une enceinte de confinement de centrale nucléaire 1300 MW. La figure 1.30 illustre la position du volume représentatif dans la structure complète.

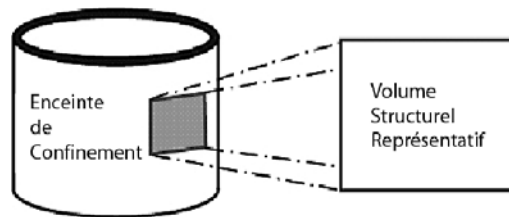


Figure 1.30: Position du Volume Structurel Représentatif par rapport à l'enceinte de confinement

Il contient tous les éléments de l'enceinte de confinement : le béton, les aciers passifs verticaux et horizontaux, les épingles et les câbles de précontraintes verticaux et horizontaux. Les dimensions du volume ont été choisies pour satisfaire trois conditions : suffisamment grand pour inclure un nombre approprié de composants (particulièrement de câbles de précontraintes) et offrir une zone d'observation adéquate en son centre (1), suffisamment loin des bords pour éviter les effets aux limites (2) et aussi petit que possible pour faciliter les calculs (3). 22 barres horizontales (2x11) et 20 barres verticales (2x10) d'aciers passifs, 5 câbles précontraints horizontaux, 3 câbles précontraints verticaux et 24 épingles sont ainsi représentés. La géométrie du problème est illustrée dans la figure 1.31. La figure 1.32 renseigne sur la distribution et les propriétés des aciers.

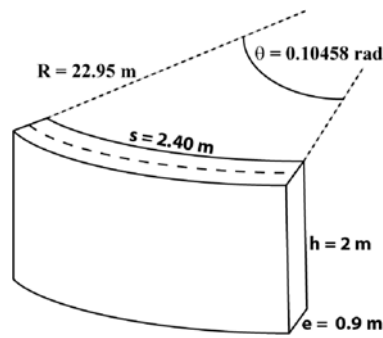


Figure 1.31: Volume Structurel Représentatif. Géométrie et dimensions

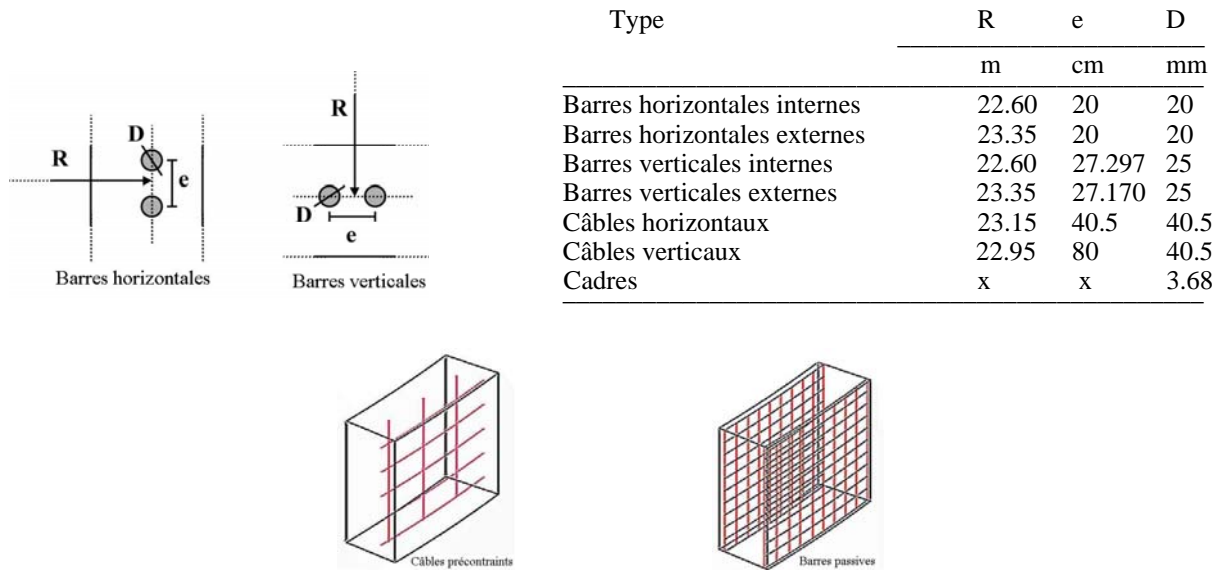


Figure 1.32: Aciers dans le Volume Structurel Représentatif. Propriétés et répartition

Puisque le comportement du Volume Structurel Représentatif doit être le plus proche possible de celui de la partie courante de l'enceinte de confinement, les conditions aux limites suivantes ont été choisies (figure 1.33 et figure 1.34) : la face SB est bloquée selon Oz, tous les nœuds de SH ont le même déplacement vertical, les rotations des faces SG et SD restent nulles. Pour modéliser l'effet des câbles, des éléments barres sont ancrés sur les faces SB et SH (câbles verticaux), SG et SD (câbles horizontaux) puis précontraints en utilisant des forces internes. L'état de contraintes initial créé lors de cette étape est ensuite transmis au béton par l'intermédiaire de relation cinématique (hypothèse de liaison acier – béton parfaite).

Le chargement mécanique consiste en une pression radiale sur la face interne SI (test d'intégrité) et l'effet de fond appliqué sur SH (force de traction proportionnelle à la pression de chargement). Le poids propre du VSR et celui de la structure environnante sont aussi pris en considération.

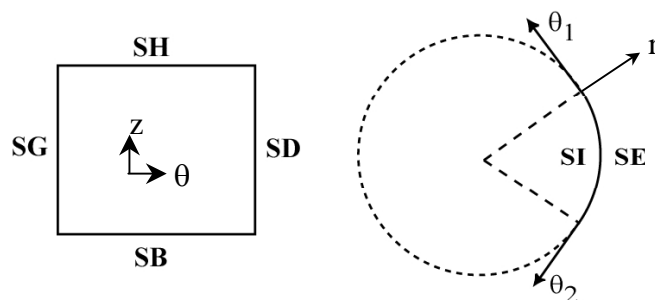


Figure 1.33: Définition des surfaces pour les conditions aux limites

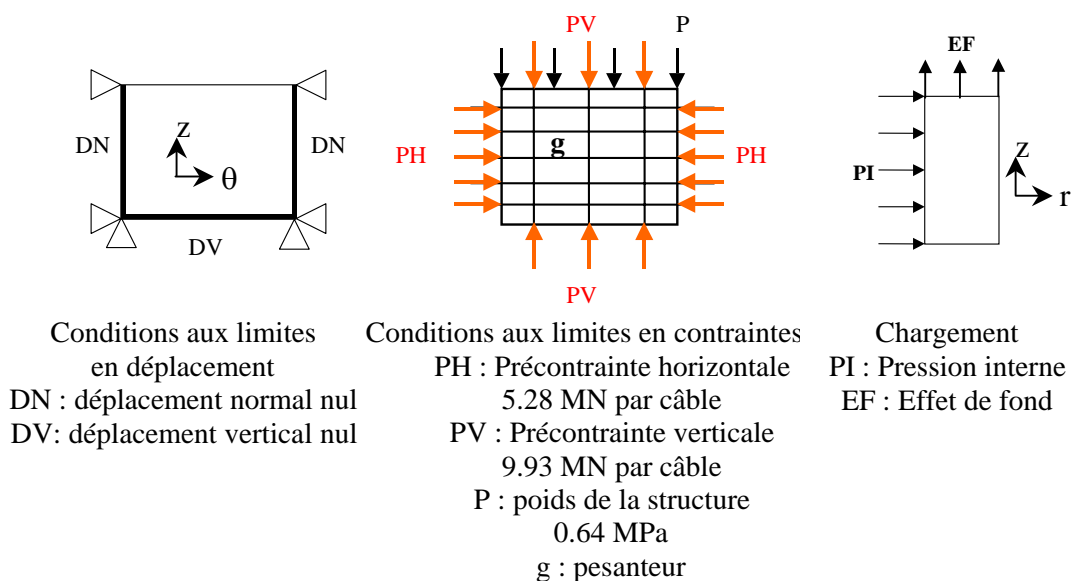


Figure 1.34 : Conditions aux limites, état initial et chargement.

Avec ces conditions, le maillage est réalisé avec 16500 hexa20. Les paramètres retenus pour le béton sont  $A_c=1.15$ ,  $A_t=0.8$ ,  $B_c=1391$ ,  $B_t=10000$ ,  $\varepsilon_{D0}=9.37 \cdot 10^{-5}$ ,  $E=31$  GPa et  $\nu=0.22$ , pour les aciers passifs :  $E=200$  GPa,  $\nu=0.3$ ,  $E_T=2$  GPa,  $\sigma_e=500$  MPa, et pour les aciers précontraints :  $E=190$  GPa,  $\nu=0$ ,  $E_T=0$  GPa (plasticité parfaite),  $\sigma_e=1550$  MPa,  $\varphi_c=0.16$  (coefficient de frottement en courbe),  $\varphi_l=0.0015$  (coefficient de perte de tension). On suppose une liaison acier – béton parfaite. La formulation locale du modèle est choisie pour la simulation. L'utilisation de l'approche régularisée nécessiterait en effet un maillage si fin (prise en compte des interactions associées à la longueur interne) que le calcul serait difficilement réalisable (voir remarques en fin de section).

La figure 1.35 montre l'évolution de la pression appliquée en fonction du déplacement d'un point situé sur la face interne du volume.

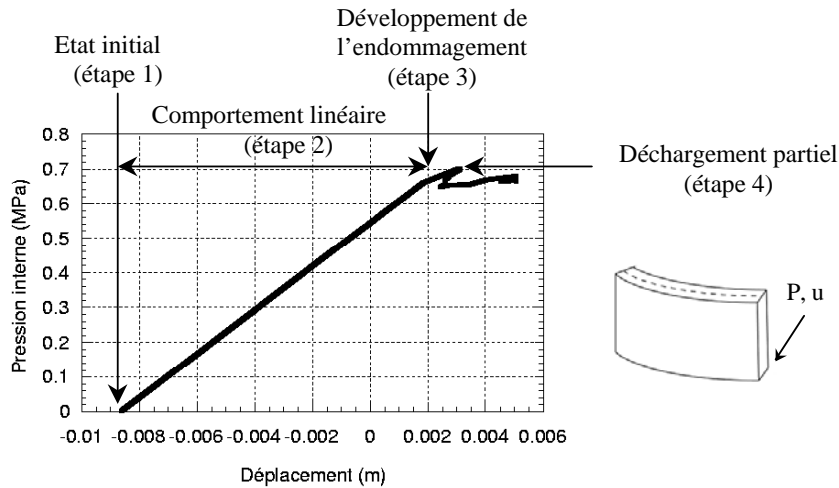


Figure 1.35: Evolution de la pression interne en fonction du déplacement

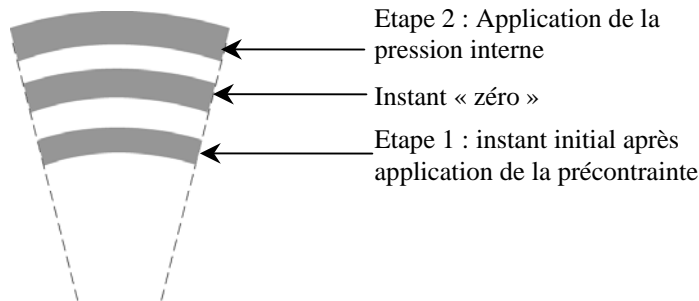


Figure 1.36 : Déplacement global du Volume Structurel Représentatif. Vue de dessus.

Cette courbe peut être divisée en quatre parties. L'état initial correspond à l'application de la précontrainte dans les câbles. Les conditions aux limites imposant un déplacement normal nul sur les faces latérales, la précontrainte induit une compaction du volume et un déplacement radial initial négatif (figure 1.36). Ensuite, une zone de comportement linéaire apparaît où l'endommagement n'évolue pas (étape 2) avant le développement d'une bande d'endommagement (étape 3). Enfin, un déchargement partiel du volume a lieu (étape 4) sans doute dû au comportement local choisi.

La figure 1.37 illustre l'évolution des profils d'endommagement pendant la simulation. Les points noirs correspondent aux zones où  $D$  atteint une valeur supérieure à 0.7 (bande de localisation). Le premier plan représente la face interne. Une première bande de localisation apparaît au milieu du volume le long du câble vertical précontraint. Avec l'augmentation de la pression interne, quatre bandes de localisation supplémentaires se développent. A la fin de la simulation, presque la totalité de la structure est endommagée. L'absence de « périodicité » des évolutions obtenues (formations des bandes les unes après les autres) peut s'expliquer en partie par le choix des conditions aux limites (sur les faces latérales en particulier) et par la répartition non symétrique des aciers transversaux.

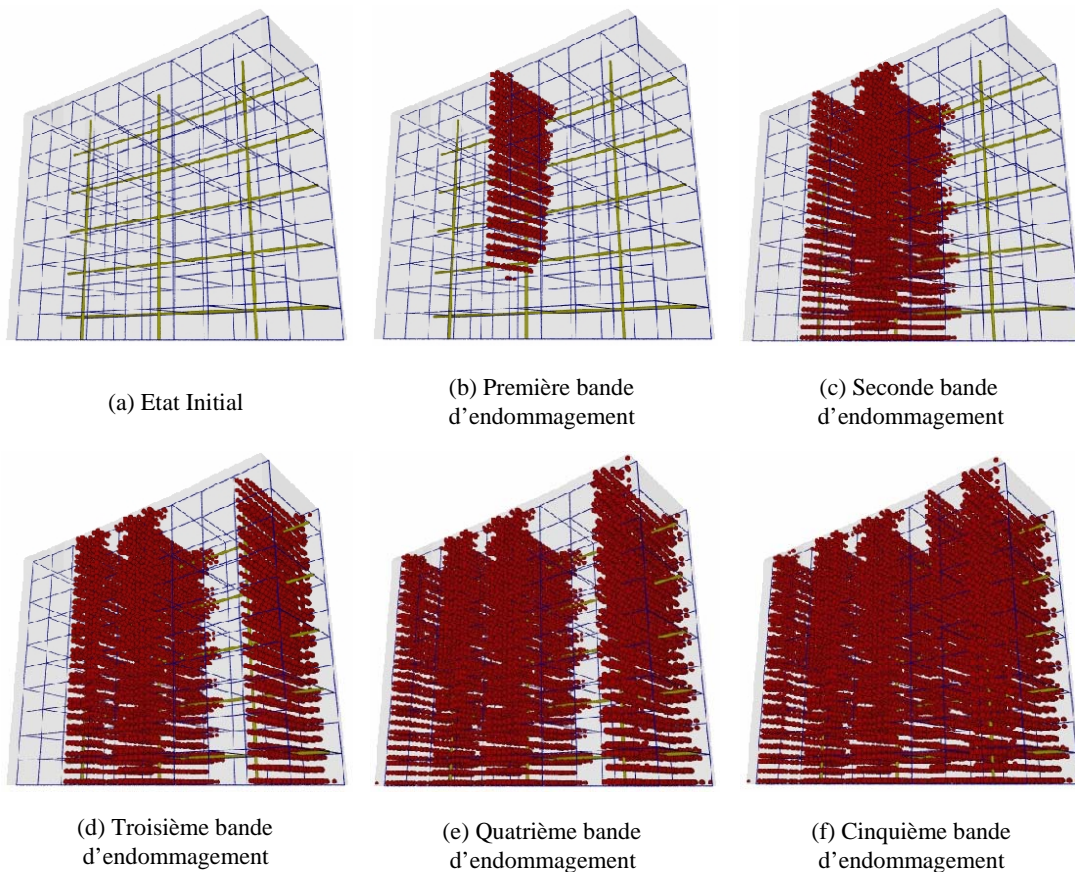


Figure 1.37: Développement des bandes d'endommagement dans le volume représentatif avec l'augmentation de la pression interne

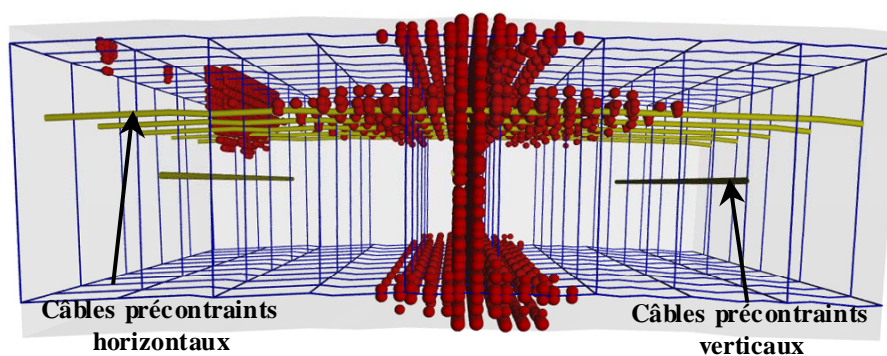


Figure 1.38: Développement de la première bande d'endommagement. Vue de dessus

La figure 1.38 présente l'évolution de l'endommagement dans la première partie de la simulation (vue du dessus). La variable interne se développe initialement le long du câble vertical situé au milieu du volume. Ensuite, elle se propage le long des câbles précontraints horizontaux avant l'apparition d'une seconde bande de localisation. Là encore, à cause de la répartition non régulière des aciers transversaux, la distribution obtenue n'est pas symétrique.

Ces différentes représentations donnent des informations sur le comportement de la structure. Elles permettent notamment de mettre en évidence des zones fortement endommagées qui apparaissent à différents niveaux de chargement. Il est à noter que les pressions auxquelles s'amorcent les endommagements sont supérieures aux pressions des essais d'intégrité (aux alentours de 0.7 MPa contre 0.58 MPa). L'objectif de ce cas test est avant tout numérique : quel est l'impact, qualitatif, d'un endommagement mécanique sur le comportement hydraulique (mise en pression de gaz) d'une structure ? Les niveaux, quantitatifs, des chargements rencontrés ne sont donc pas significatifs et pourraient varier selon les conditions aux limites appliquées ou les zones étudiées (gousset, liaison enceinte – dôme).

La simulation soulève aussi deux questions principales.

Les câbles précontraints semblent jouer un rôle important dans la réponse globale de la structure : ils sont responsables de l'amorçage de l'endommagement et aident à sa propagation. De plus, on peut remarquer, juste après l'application de la précontrainte, une « localisation » d'un faible endommagement autour des câbles horizontaux (figure 1.39), probablement due aux conditions aux limites et aux hypothèses sur l'interface acier – béton.

La figure 1.37 et la figure 1.38 témoignent de l'apparition de bandes localisées d'endommagement. Or l'étude de la section 2.2.4 a montré dans de tels cas que l'utilisation d'une technique de régularisation devait être envisagée de manière à éviter les problèmes de dépendance au maillage. Néanmoins, la méthode « gradient » (section 3.2.2) requiert, pour cette simulation, des ressources informatiques importantes. En effet, elle nécessite, si elle est associée à des paramètres appropriés (particulièrement la longueur interne), un maillage suffisamment fin pour prendre en compte les interactions (en général 3 mailles dans une longueur caractéristique  $l_c$ ). Cela correspond à une simulation à plus de 1000000 de degrés de liberté. Inversement, si l'on adapte la valeur de la longueur interne à la finesse du maillage existant ( $l_c$  égale à environ trois fois la taille de maille fixée), la surface régularisée est trop grande et, contrairement à l'expérience, la simulation aboutit à des zones continûment endommagées trop importantes (voir figure 1.21 par exemple)



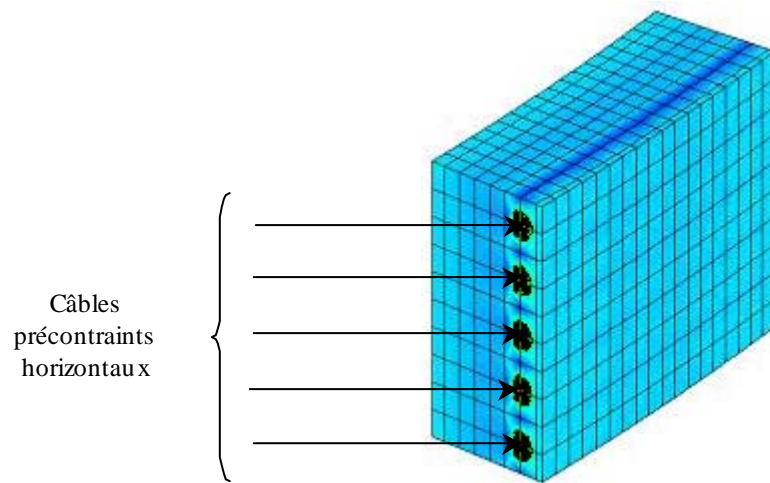


Figure 1.39: Développement de l'endommagement le long des câbles précontraints horizontaux après application de la précontrainte. Les zones noires correspondent à un endommagement compris entre 0 et 0.14

## CONCLUSIONS - CHAPITRE 1

Le modèle isotrope présenté dans ce premier chapitre offre de nombreux avantages. Sur les applications élémentaires de traction et compression, il se révèle efficace pour représenter le comportement global du béton (élasticité – durcissement – adoucissement). Pour les faibles pressions de confinement, la loi constitutive est capable de reproduire la réponse axiale du matériau sous sollicitations triaxiales. Néanmoins, sur des chargements cycliques ou alternés, la non prise en compte de refermeture de fissures et de déformations irréversibles rend le modèle difficilement applicable.

Pour les essais structurels (poutres en flexion trois points principalement), la loi de comportement est suffisante pour reproduire la réponse du matériau, sous réserve d'utiliser une méthode de régularisation appropriée, associée à un paramètre « non local »  $c$  adapté. Dans notre cas, un choix arbitraire de  $c$  peut engendrer une réponse numériquement objective mais physiquement irréaliste (profil d'endommagement continu plutôt qu'en « bandes » comme dans la figure 1.21). Une évaluation du paramètre à partir des caractéristiques du béton a ainsi été proposée et validée.

L'optimisation de la méthode itérative de résolution a été étudiée, aboutissant au calcul d'un opérateur tangent cohérent (matrice tangente) garantissant pour les chargements radiaux une vitesse de convergence quadratique à comparer aux vitesses linéaires résultant du choix d'une autre matrice (élastique, réactualisée).

Enfin, l'étude d'un Volume Structurel Représentatif a été l'occasion de confronter le modèle à une application pré – industrielle. Dans sa forme locale, la réponse a mis en évidence des bandes d'endommagement localisées susceptibles de nécessiter une approche régularisée. Néanmoins, dans les conditions actuelles, la taille de la structure rend difficilement applicable la méthode car elle aboutit à des maillages trop fins pour être raisonnablement utilisables (temps de calcul, capacité des machines...). L'étude non locale reste donc à réaliser.

Ce calcul met aussi en évidence l'importance des câbles de précontrainte (ou des aciers passifs). En effet, pour ce cas particulier, ils sont le point d'amorçage de l'endommagement et favorisent son développement. La modélisation, sous forme de barres, adoptée dans notre étude est – elle représentative ? La question reste posée. En effet, ce choix conduit à une dépendance forte à la finesse du maillage et à des problèmes de concentration des contraintes

non résolus à ce jour. Une alternative serait alors un maillage tridimensionnel des câbles. Néanmoins, outre la complexité d'une telle solution, cela reviendrait à augmenter le nombre de degrés de liberté et aboutirait aux mêmes limites que la technique de régularisation. Le maillage obtenu comporterait un nombre d'inconnues inadapté aux capacités des machines de calcul actuelles. Cette problématique ne sera pas approfondie dans notre étude. Elle constitue une perspective de travail à considérer.

En conclusion, le modèle d'endommagement isotrope proposé dans ce chapitre, même s'il présente des qualités certaines (reproduction des comportements mécaniques généraux), doit être amélioré afin de simuler les effets de confinement et le développement des déformations irréversibles. L'absence de déformations plastiques (voir section 2.2.2) empêche une simulation appropriée des pentes de déchargement à partir desquelles sont généralement définis les endommagements expérimentaux. Or, dans notre approche, pour l'évaluation des perméabilités une estimation la plus exacte possible de l'endommagement est nécessaire. De la même manière, l'évolution du comportement volumique en compression ne peut être reproduite (figure 1.7). Le chapitre suivant va donc s'attacher à proposer des possibilités d'améliorations.



## CHAPITRE 2

### *VERS UNE AMELIORATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT*

#### INTRODUCTION

Le modèle décrit dans le chapitre 1 présente de nombreux avantages. Relativement simple (car isotrope), la loi de comportement propose des réponses adaptées aux chargements de traction et de compression uniaxiales. Il est suffisant pour reproduire un essai structural de flexion trois points pour un béton ordinaire (non renforcé) ou un béton armé. Néanmoins, deux phénomènes ne peuvent être représentés : l'anisotropie induite par l'endommagement et le développement de déformations irréversibles. En particulier, les pentes de déchargement, à partir desquelles sont généralement calculés les endommagements expérimentaux, ne sont pas correctement reproduites. Ce chapitre va donc s'attacher aux possibilités d'améliorations de la relation constitutive. On cherche en particulier à prendre en compte l'information directionnelle liée au développement de l'endommagement (anisotropie), à améliorer la réponse volumique en compression simple (augmentation du coefficient de Poisson apparent) et à simuler plus précisément le comportement en déchargement (estimation la plus exacte possible de l'endommagement expérimental).

Dans une première partie (section 1), les modèles anisotropes sont envisagés. Basés sur des approches phénoménologiques (découpage volumique – déviatorique des contraintes) ou microstructurelles (microplans), ils tentent d'apporter une réponse aux développements « directionnels » de l'endommagement.

La section 2 est l'occasion de s'intéresser à la prise en compte des déformations irréversibles. Compte tenu de la diversité des modèles existants, trois objectifs de modélisation sont définis (réponse du matériau après déchargement, évolution volumique en compression et comportement en confinement). Plusieurs lois sont ensuite étudiées, des plus simples (Von Mises) ou plus complexes (« cap model ») jusqu'à la définition d'une surface seuil satisfaisant les conditions fixées. Une fois le modèle « optimal » choisi, l'implantation numérique est discutée. Les méthodes itératives locales et globales sont ainsi abordées avec, en particulier,

une étude de convergence aboutissant à la validation, au moins partielle, de la méthodologie de résolution.

## 1 Améliorations du modèle d'endommagement

Si l'on considère la description de l'endommagement présentée dans le modèle scalaire du chapitre 1, deux formes d'améliorations peuvent être envisagées. Dans un premier temps, une approche à deux surfaces d'endommagement est considérée afin de séparer les comportements volumique et déviatorique du béton. Ensuite, la prise en compte de l'anisotropie directionnelle (endommagement fonction de la direction de l'espace) et structurelle (refermeture des fissures) est abordée.

### 1.1 Modèle à deux surfaces d'endommagement

L'endommagement  $D$  défini dans le chapitre 1 est unique. Appliqué sur la contrainte effective élastique, il ne peut différentier, par exemple, les comportements volumiques et déviatoriques. Le modèle présenté dans ce paragraphe part de la constatation suivante : les évolutions volumiques et déviatoriques sont généralement différentes pour le béton (Leukart et Ramm, 2002). Afin de traduire cette séparation, un modèle phénoménologique, basé sur les travaux de Ladevèze (1983), est proposé. A partir du calcul de deux endommagements ( $d$  et  $\delta$ ), la relation constitutive, liant la contrainte élastique  $\sigma'$  (contrainte du matériau non endommagé) à la contrainte réelle  $\sigma$ , s'écrit :

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{2(1+\nu)(1-d)(1-\delta)}{3(1-\delta) + (2\nu-1)(1-d)} \sigma'_D + (1-\delta)\sigma'_V I \\ \sigma'_V &= \sigma'_{kk} \\ \sigma'_D &= \sigma' - \sigma'_V I\end{aligned}\tag{2.1}$$

avec  $\nu$  le coefficient de Poisson et  $\sigma'_D$ ,  $\sigma'_V$  respectivement les contraintes effectives déviatoriques et volumiques. Les détails de la formulation ainsi que les principaux résultats pourront être trouvés dans l'annexe 1.

A la relation de comportement sont associées des lois d'évolutions des deux endommagement. Les relations proposées sont couplées : le comportement volumique influe sur le comportement déviatorique et inversement. Si ce couplage est physiquement intéressant, il pose un problème « numérique » : l'interaction entre les comportements rend en effet difficile un calage optimisé, même dans les cas les plus simples (traction ou compression).

En conclusion, l'ajout de surfaces d'endommagement (deux dans notre cas ou trois dans (Caner et Bazant, 2000)) n'est pas facile à mettre à œuvre. Il aboutit soit à des difficultés dans le calage des comportements mécaniques simples, soit à une augmentation conséquente du

nombre de paramètres. De plus, dans le modèle proposé ici, le découpage volumique – déviatorique ne suffit pas à reproduire l’augmentation du coefficient de Poisson apparent observée en compression simple.

## 1.2 Prise en compte de l’anisotropie

### 1.2.1 Anisotropie « physique »

La rupture des matériaux hétérogènes est un phénomène complexe au niveau microscopique (Bazant, 1984, Bazant et Prat, 1988 ou Kuhl *et al*, 2000 par exemple). Les microfissures ont tendance à se développer au niveau des points faibles de la structure comme, pour les bétons, à l’interface entre la matrice cimentaire et les granulats. Dans la plupart des cas, les fissures générées par les sollicitations extérieures sont donc orientées.

Cette anisotropie directionnelle se manifeste de manière assez naturelle dans les bétons. Un essai de traction – compression illustre parfaitement le phénomène. Alors qu’en traction, les fissures se forment perpendiculairement à la direction de chargement, en compression, leurs directions deviennent parallèles (figure 2.1). Ainsi, même si le matériau est considéré comme initialement isotrope, le tenseur d’élasticité dégradée devient progressivement anisotrope : l’endommagement a des directions privilégiées. C’est cette information directionnelle qui définit physiquement l’anisotropie de l’endommagement.

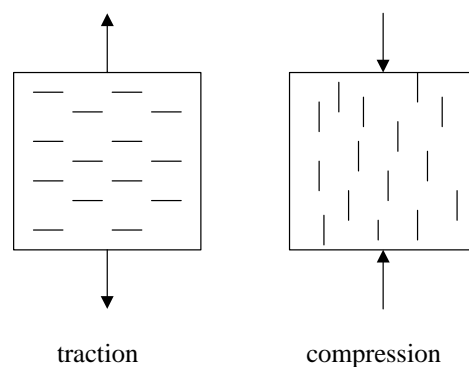


Figure 2.1 : Développement de la fissuration. Essai de traction et de compression. Mise en évidence de l’anisotropie induite par la fissuration

### 1.2.2 Anisotropie « numérique »

Si l’anisotropie est un phénomène physique connu, comment peut-on intégrer l’information directionnelle dans un modèle numérique ?

Considérons un chargement donné auquel on associe un tenseur de contraintes  $\sigma$ . Les directions principales de ce tenseur définissent un repère de l’espace  $(n_1, n_2, n_3)$  (figure 2.2 a)



Dans le modèle isotrope, aucune information directionnelle n'est incluse dans la définition de la variable interne : celle-ci est identique quelle que soit la direction de l'espace. Dans le repère précédemment défini, on peut donc représenter la surface d'endommagement par une sphère (figure 2.2 b).

Si l'on s'intéresse maintenant à un modèle anisotrope, la variable d'endommagement devient fonction de la direction de la normale  $n$  à l'élément de surface  $dS$  considéré (ou au plan  $\pi$  dans cet exemple). La représentation graphique associée est donc une forme quelconque où  $D = D(n)$  (figure 2.2 c).

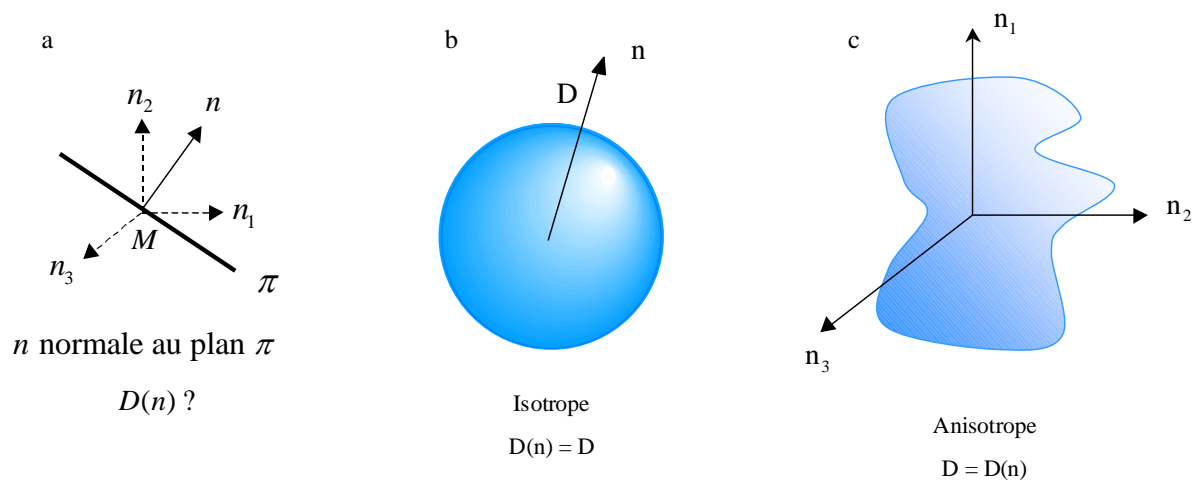


Figure 2.2: Isotropie et anisotropie. Représentations graphiques.

Numériquement, plusieurs techniques existent pour traduire le comportement anisotrope :

- Les modèles phénoménologiques caractérisent l'anisotropie en fonction des tenseurs de déformations, de contraintes et de leurs invariants (Brocca et Bazant, 2000). Leur formulation ne considère pas la microstructure du matériau (approche globale). Par exemple, une dégradation du module d'Young peut être introduite dans une direction privilégiée (« smeared cracked models » (de Borst, 2002)).
- Les modèles microstructuraux utilisent la micromécanique pour expliquer les phénomènes observés à l'échelle macrostructurale. Parmi eux, on trouve les approches « microplans », basées sur l'écriture d'une loi de comportement sur des plans d'orientations diverses (Bazant et Prat, 1988) (Fichant, 1996).

A cette anisotropie directionnelle s'ajoute une « anisotropie structurelle » (due essentiellement à la refermeture de fissures). Pour des sollicitations alternées et lors du déchargement, les microfissures se referment progressivement et la raideur du matériau augmente. Les effets de ces deux anisotropies vont à présent être étudiés.

### 1.2.3 Anisotropie directionnelle

Dans cette section, un modèle microplan, basé sur une décomposition volumique – déviatorique de la contrainte, est proposé (Leukart et Ramm, 2002). L'équation constitutive s'écrit (voir annexe 1) :

$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} (1-d_V) E_V V \otimes V + (1-d_D) E_D Dev^T(\vec{n}) \cdot Dev(\vec{n}) d\Omega : \varepsilon \quad (2.2)$$

La décomposition volumique – déviatorique est ainsi mise en évidence par les deux surfaces d'endommagement  $d_V$  et  $d_D$ .

Ce type de formulation pose deux problèmes. La méthode classique de calcul de l'intégrale (2.2) proposée par Bazant et Oh (1986) suppose la connaissance des variables d'endommagement dans au moins 21 directions de l'espace. Or l'étude menée par Badel (2001) témoigne d'une forte dépendance de la réponse simulée au nombre de points d'intégration. Un travail numérique doit donc être encore envisagé pour améliorer le calcul de l'intégrale. Ensuite, dans ce modèle, comportements volumique et déviatorique sont découplés. Or cette hypothèse n'est pas réaliste. Burlion et al (2001) par exemple ont montré qu'expérimentalement, contrairement à ce qui peut être observé dans les métaux, la réponse hydrostatique d'un mortier (comportement volumique) était fortement influencée par les contraintes déviatoriques appliquées à l'échantillon. Réponses volumiques et déviatorique sont donc couplées.

Numériquement (problème d'intégration) et physiquement (interaction entre comportements), la formulation proposée n'est donc pas satisfaisante.

### 1.2.4 Anisotropie directionnelle et structurelle

Dans cette section, une loi basée sur les travaux de Fichant (1996) est envisagée. Il s'agit d'une formulation intégrale (principe des microplans) qui s'écrit (voir annexe 1) :

$$\forall \varepsilon^* \quad \frac{4}{3} \pi \sigma \varepsilon^* = \int_S (1-D(n)) (\sigma'_n \varepsilon_n^* + \sigma'_{T_i} \varepsilon_{T_i}^*) d\Omega \quad (2.3)$$

Contrairement à l'équation (2.2), l'auteur s'affranchit ici des problèmes d'intégration numérique en se plaçant dans le cadre de l'orthotropie. La surface d'endommagement  $D(n)$  peut être représentée par une ellipse (calcul dans trois directions principales et interpolation). Les déformations irréversibles et l'effet de refermeture des fissures sont combinés au modèle d'endommagement. La réponse à un chargement alterné est donnée sur la figure 2.3.

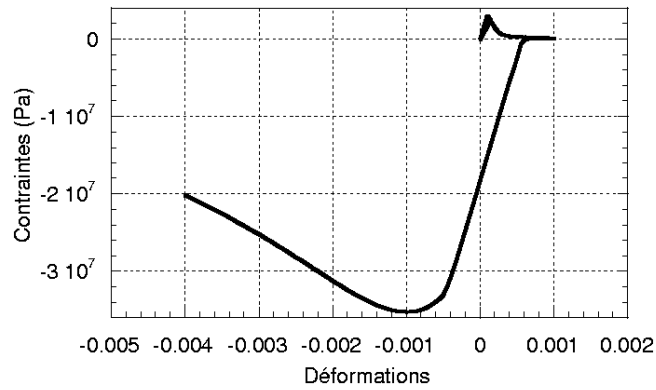


Figure 2.3: Réponse à un chargement alterné. Prise en compte de la refermeture de fissures.

L'effet de refermeture de fissures permet de reproduire la recouvrance de rigidité observée expérimentalement. Néanmoins, compte tenu des cas de chargements rencontrés dans le chapitre 1 (essai de compression simple, traction, confinement, poutre en flexion trois points, Volume Structurel Représentatif), Fichant et *al* (1999) ont montré que la prise en compte de l'anisotropie du matériau en utilisant cette approche n'était pas décisive (même réponse avec un modèle isotrope).

### 1.2.5 Conclusions sur l'anisotropie

L'étude menée en annexe 1 s'est efforcée de proposer des solutions pour simuler le caractère anisotrope du béton. Néanmoins, ces modèles ont tous des limites plus ou moins marquées qui ne peuvent justifier leur utilisation dans le contexte industriel :

- Certaines formulations aboutissent à des comportements physiquement inacceptables qui les rendent inadaptées. Par exemple, l'absence d'interaction entre évolutions déviatoriques et volumique (section 1.2.3) n'est pas réaliste. Inversement, la prise en compte du couplage (section 1.1.) implique soit une augmentation significative du nombre de paramètres (23 coefficients dans l'approche de Caner et Bazant (2000)), soit une reproduction imparfaite des essais élémentaires.
- Peu d'études ont été menées sur les algorithmes de résolution (Kuhl et *al*, 2000). En particulier, l'absence d'opérateur tangent cohérent pour la méthode de Newton Raphson, soulève des questions quant à la qualité des calculs utilisant ces modèles (vitesse de convergence par exemple). Or, cette « qualité numérique » fait partie des points clés lorsque des études, utilisant des maillages complexes et des conditions particulières, sont envisagées. En particulier, elle assure la convergence de la méthode vers un résultat numériquement correct (robustesse numérique). De la même manière, l'intégration de la loi de comportement dans le cas des modèles microplans reste encore problématique (dépendance de la réponse

simulée au nombre de points d'intégration (Badel, 2001)).

- Enfin, compte tenu des cas de chargements rencontrés dans le chapitre 1, l'anisotropie « directionnelle » ne semble pas jouer de rôle essentiel dans les réponses du matériau.

Ces remarques n'ont pas pour objet de nier l'intérêt des modèles anisotropes : l'anisotropie directionnelle est un phénomène expérimentalement présent pour les bétons. Néanmoins, leur utilisation pour notre problème mécanique n'est pas actuellement envisagée.

L'étude de l'anisotropie structurelle, c'est-à-dire de la refermeture des fissures, semble plus pertinente. En effet, ce phénomène est non seulement important en chargement cyclique, mais aussi pour toute structure soumise à des sollicitations non proportionnelles (Badel, 2001). Néanmoins, compte – tenu des améliorations nécessaires à la modélisation de ce phénomène (Badel, 2001), nous avons choisi de ne pas en tenir compte. Il constituera une des perspectives de notre travail.

Dans la suite, on considèrera donc pour la description des effets liés à l'endommagement le modèle isotrope proposé dans le chapitre 1.

## **2 Déformations irréversibles – plasticité**

Le chapitre 1 a clairement montré que le modèle de comportement proposé était incapable de reproduire le développement de déformations irréversibles : une contrainte nulle correspond à une déformation nulle. Or expérimentalement, les rugosités des fissures (liées à l'endommagement du matériau) formées durant le chargement empêchent le retour à un état déchargé comparable à l'état initial. Pour modéliser ce phénomène, plusieurs techniques existent. Par exemple, La Borderie (1991) définit une déformation irréversible, fonction explicite de l'endommagement. Plus généralement, une déformation plastique, associée à la définition d'une surface seuil, peut être introduite.

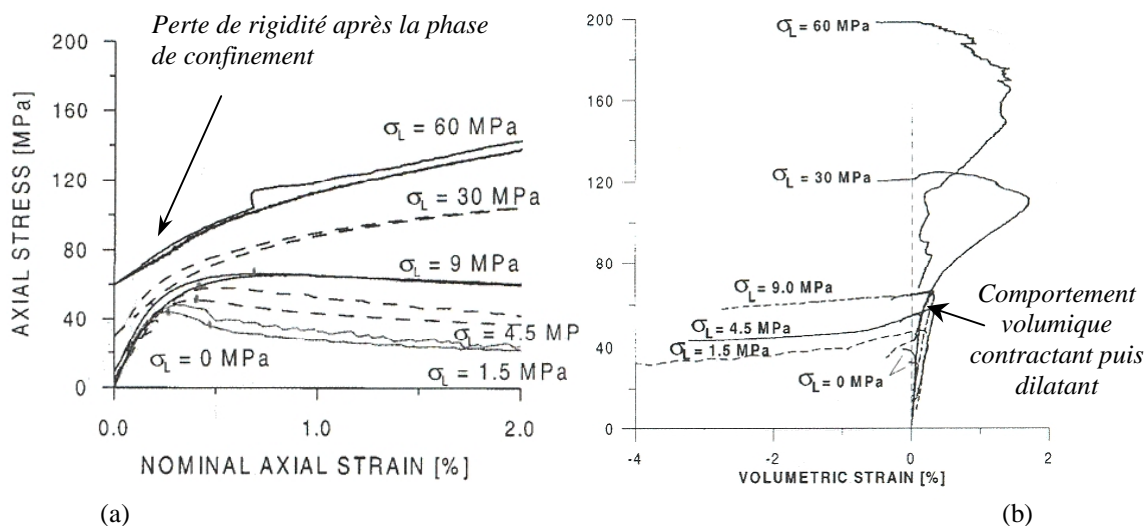
### *2.1 Intérêt de la plasticité – Objectifs du modèle*

Les modèles de plasticité sont nombreux et de complexités diverses (par exemple, (Burlion et al, 2000),(Grassl et al, 2002), (Kang et al, 2000), (Hansen et al, 2001)). Le paramètre déterminant pour notre choix n'est donc plus la faisabilité ou la robustesse des études (convergence, opérateur tangent cohérent par exemple), comme dans le cas de l'anisotropie, mais plutôt la représentativité des résultats. Le modèle est-il capable d'apporter une réponse adaptée aux limites de la modélisation isotrope ? Un compromis entre la représentativité et la simplicité de la formulation doit donc être trouvé.

Trois critères ont été retenus :

- Objectif 1 : le modèle doit pouvoir reproduire un essai sous sollicitations cycliques et particulièrement les effets de plasticité associés au déchargement de l'échantillon (déformation non nulle pour une contrainte nulle : apparition de phénomènes irréversibles). Cet objectif est par défaut validé par toutes les lois de comportement présentées dans la suite du document. On montrera dans le chapitre suivant que ce point est essentiel à une bonne estimation de l'endommagement.
- Objectif 2 : des essais expérimentaux ont attesté d'un comportement volumique particulier pour le béton chargé en compression simple (Sfer et *al*, 2002). La déformation volumique change de signe pendant le chargement : d'abord contractant, le comportement devient progressivement dilatant (figure 2.4 b). Le modèle d'endommagement du chapitre 1 n'est pas capable de reproduire ce phénomène. Si cet effet de dilatance peut paraître peu significatif pour les états de contrainte notés dans la section 5 du chapitre 1 (Volume Structurel Représentatif en bitraction), il est primordial pour les applications liées au projet européen MAECENAS (enceintes britanniques) où de forts confinements peuvent apparaître.
- Objectif 3 : pour un chargement triaxial confiné, la relation se comporte élastiquement pendant la phase de mise en pression hydrostatique (chapitre 1). Or l'expérience montre (Sfer et *al*, 2002), pour des pressions de confinement élevées, une rigidité initiale inférieure à la rigidité élastique (figure 2.4 a). Là encore, cet objectif prend tout son sens pour les états de contrainte présents dans les enceintes britanniques (projet MAECENAS).

Les paragraphes suivants vont s'attacher à décrire quelques lois de comportement. L'objectif est ici de trouver, dans l'ensemble des modèles disponibles, un compromis entre représentativité et complexité. Les formulations les plus simples (Von Mises ...) seront donc tout d'abord présentées pour ensuite s'intéresser aux lois plus complexes (cap model ...).



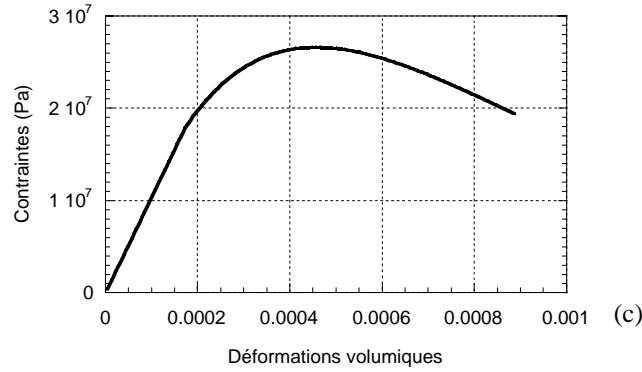


Figure 2.4: Perte de rigidité (a) et comportement volumique (b) lors d'un essai triaxial confiné (d'après Sfer et al, 2002), 0 MPa correspond à l'essai de compression simple. Réponse volumique du modèle isotrope en compression simple (chapitre 1) (c). Dans ces travaux, les déformations de compression sont positives

Les remarques relatives aux équations du problème, à l'implantation numérique ou aux méthodes de résolution ne seront abordées qu'une fois le choix du modèle « plastique » justifié par rapport aux trois objectifs fixés.

## 2.2 Choix du modèle

### 2.2.1 Modèle de Von Mises (*Von Mises, 1913*)

Le modèle de Von Mises est l'un des plus simples à mettre en œuvre numériquement. La surface seuil de plasticité associée s'écrit :

$$F = \sigma_{eq} - R - R_0 \quad (2.4)$$

avec  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente de Von Mises,  $R$  le paramètre d'écrouissage fonction de la déformation plastique cumulée  $\kappa$  (variable interne) et  $R_0$  le seuil initial de plasticité :

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{2J_2}}{\sqrt{3}} \quad (2.5)$$

où  $J_2$  désigne le second invariant des contraintes. La représentation graphique de la surface seuil dans le plan  $(I_1, \sqrt{J_2})$  (où  $I_1$  est le premier invariant des contraintes proportionnel à la trace de  $\sigma$ ) est donnée dans la figure 2.5. La figure 2.6 illustre la réponse du modèle pour un essai de compression simple avec un écrouissage positif exponentiel. La courbe axiale est composée d'une partie élastique puis d'une partie non linéaire à écrouissage positif caractéristique.

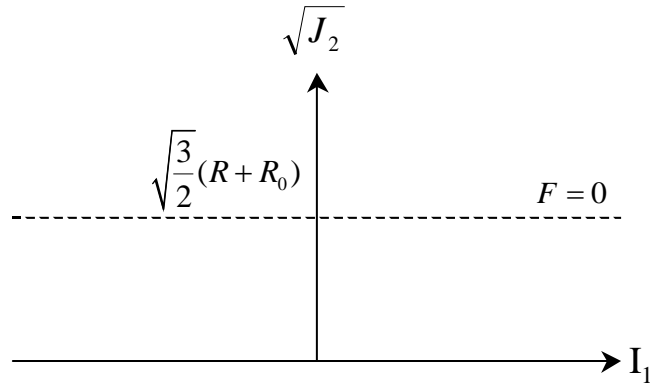


Figure 2.5: Représentation graphique du critère de Von Mises.

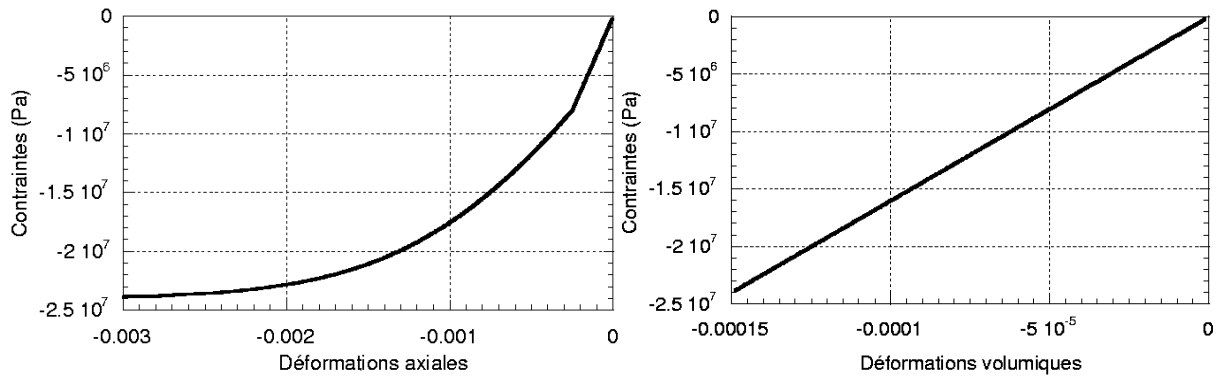


Figure 2.6: Modèle de Von Mises. Réponses axiale et volumique à un test de compression simple

Concernant le comportement volumique, en utilisant la loi de Prandtl – Reuss, on peut écrire :

$$d\varepsilon^p = \frac{3}{2} \frac{s}{\sigma_{eq}} \frac{d\sigma_{eq}}{R_{,k}} \quad (2.6)$$

où  $d\varepsilon^p$  est l'incrément de déformation plastique,  $s$  la matrice des contraintes déviatoriques et  $R_{,k}$  la dérivée du paramètre d'érouissage par rapport à la déformation plastique cumulée. A partir de (2.6), pour un chargement uniaxial dans la direction 1, on déduit,

$$tr(\varepsilon) = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_1 \quad (2.7)$$

Le comportement volumique est donc linéaire élastique en compression simple quel que soit le niveau de chargement, comme observé sur la figure 2.6. Le changement contractant vers dilatant n'est donc évidemment pas simulé.

## 2.2.2 Modèle de Drücker-Prager (Drucker et Prager, 1952)

Afin de répondre à l'objectif 2 de la section 2.1, le modèle de Drücker-Prager est implanté. La fonction seuil fait intervenir les premier et second invariants des contraintes sous la forme :

$$F = AI_1 + \sqrt{J_2} - R - R_0 \quad (2.8)$$

où  $A$  est un paramètre du modèle.

La représentation graphique associée à cette surface est proposée dans la figure 2.7. La réponse du modèle au test de compression simple est donnée dans la figure 2.8. Dans cet exemple, l'écroutissement est positif avec une évolution exponentielle en fonction de la déformation plastique cumulée.

La courbe axiale est composée d'une partie élastique, puis d'une partie non linéaire à écroutissement positif caractéristique de la plasticité. Le signe des déformations volumiques change avec le niveau de sollicitation imposé. Il est tout d'abord négatif (comportement contractant) puis devient progressivement positif (comportement dilatant). L'effet physique de la plasticité est donc correctement simulé par le modèle de Drucker – Prager.

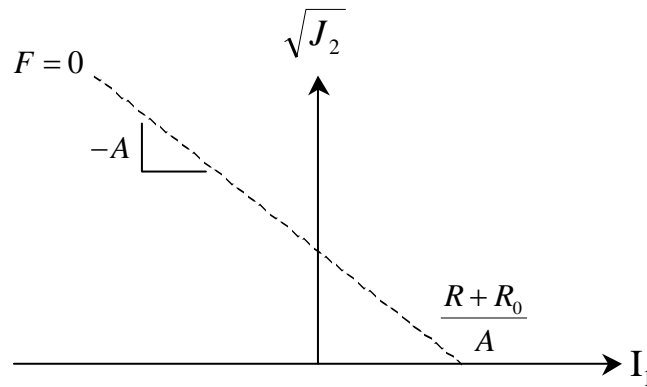


Figure 2.7: Modèle de Drucker-Prager. Représentation graphique de la fonction seuil.

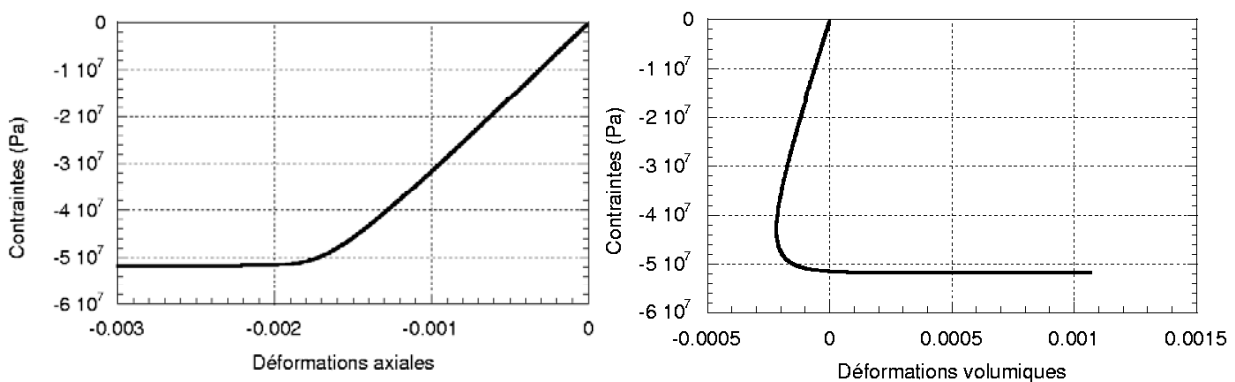


Figure 2.8: Modèle de Drucker – Prager. Compression simple. Réponses axiale et volumique

Si l'on s'intéresse à présent à un essai hydrostatique ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), la loi de comportement ne peut représenter la perte de rigidité illustrée dans la figure 2.4. En effet, pour ce type de sollicitations, le second invariant est par définition égal à zéro. Or, le modèle n'admettant pas



de seuil dans la direction du premier invariant négatif (voir figure 2.7 avec  $J_2 = 0$  et  $I_1 < 0$ ), le comportement reste élastique quel que soit le niveau de sollicitations appliqué.

### 2.2.3 Modèle MRS Lade (« cap model »)

Afin de satisfaire le troisième objectif défini en 2.1, la surface seuil doit être « fermée » selon le premier invariant. Deux possibilités existent pour atteindre cet état : les approches « continues » (voir section suivante) et les « cap model ». Ces derniers sont constitués d'une fonction seuil résultat de l'association de deux ou trois (pour assurer la continuité) surfaces plastiques. On citera à titre d'exemple (Wu et *al*, 2004) à partir du modèle de Drucker – Prager ou (Balan et *al*, 2001).

Dans ce paragraphe, le modèle MRS Lade est présenté (d'après Perez-Foguet et *al*, 2000). Contrairement aux lois abordées jusqu'à présent, il comporte de l'adoucissement dans l'expression de sa surface seuil  $F$  (voir figure 2.9).  $F$  dépend des trois invariants de contraintes ( $p, q$  et  $\theta$ ) et de deux variables internes  $\kappa_{con}$  et  $\kappa_{cap}$ . Elle est définie en deux parties  $F_{con}$  et  $F_{cap}$  :

$$F_{con}(\sigma, \kappa_{con}) = q \left(1 + \frac{q}{q_a}\right)^m g(\theta) - \eta_{con}(\kappa_{con}) p$$

$$F_{cap}(\sigma, \kappa_{con}, \kappa_{cap}) = \left(\frac{p - p_m}{p_r}\right)^2 + \left(\frac{q \left(1 + \frac{q}{q_a}\right)^m g(\theta)}{f_r}\right)^2 - 1 \quad (2.9)$$

avec

$$p = -\frac{1}{3} \sigma_{ii} \quad p_m = \alpha p_{cap}(\kappa_{cap})$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad p_r = (1 - \alpha) p_{cap}(\kappa_{cap})$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{\frac{3}{2}}}\right) \quad f_r = \alpha \eta_{con}(\kappa_{con}) p_{cap}(\kappa_{cap}) \quad (2.10)$$

$$g(\theta) = \frac{(2e - 1)^2 + 4(1 - e^2) \cos^2(\theta)}{2(1 - e^2) \cos(\theta) + (2e - 1) \sqrt{5e^2 - 4e + 4(1 - e^2) \cos^2(\theta)}}$$

$q_a$ ,  $m$ ,  $e$  et  $\alpha$  sont des paramètres du modèle,  $g(\theta)$  est la fonction de Willam – Warnke,  $\eta_{con}(\kappa_{con})$  est la fonction d'érouissage relative à l'angle de frottement et  $p_{cap}(\kappa_{cap})$  est la fonction d'érouissage en compression triaxiale.

Les représentations de  $F$  dans les plans méridien et déviatoire sont données dans la figure 2.10. On se reportera à (Perez – Foguet et *al*, 2000) pour les détails concernant cette loi.

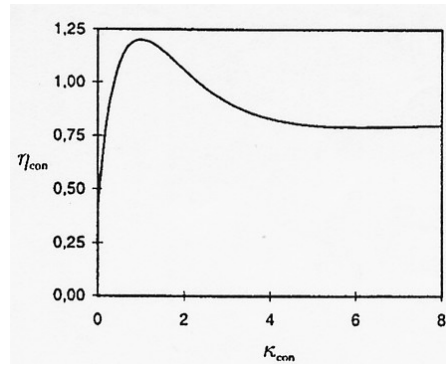


Figure 2.9: Modèle MRS. Fonction d'écroutissage positif et négatif. Prise en compte de l'adoucissement.

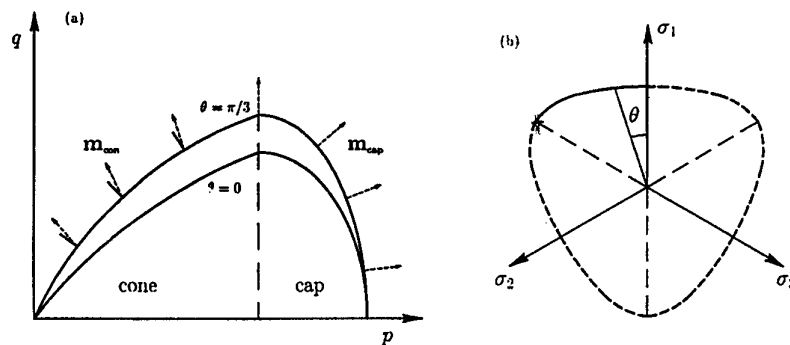


Figure 2.10 : Surface seuil MRS Lade. Représentation dans les plans méridiens et déviatoires (d'après Perez-Foguet et al, 2000).

Ce modèle a de nombreux avantages : il propose un comportement volumique adéquat en compression simple (contractant puis dilatant) et possède un seuil de plasticité le long de l'axe de confinement. Néanmoins, avec ses 16 paramètres, calés initialement pour le comportement des sols, il nécessiterait de nombreuses adaptations pour pouvoir être utilisé dans notre étude. Comme on le verra dans la suite, il a donc été essentiellement choisi pour vérifier l'implantation numérique de la méthode de résolution, des études de convergence ayant déjà été menées par Perez – Foguet et al (2000).

#### 2.2.4 Modèle de Gurson (Gurson, 1977)

Une seconde alternative pour construire un seuil en confinement est de proposer une surface plastique continue et fermée selon l'axe du premier invariant. Contrairement aux « cap model », il s'agit bien d'une seule et unique fonction régissant le comportement du matériau. Différentes possibilités existent, parmi elles, le modèle de Gurson (Gurson, 1977), (Burlion et al, 2000).

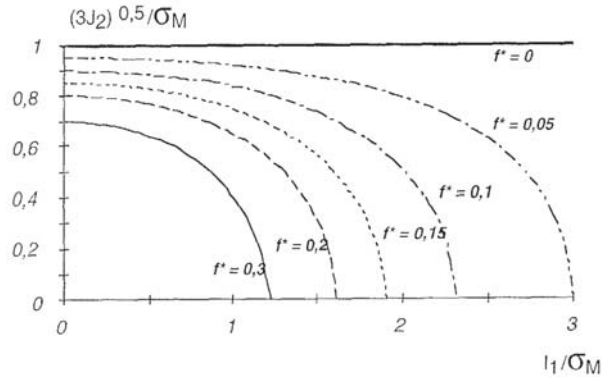


Figure 2.11 : Modèle de Gurson. Représentation de la surface seuil (d'après Burlion et al, 2000).

La surface seuil associée à la loi de comportement s'écrit :

$$F = \frac{3J_2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{I_1}{2\sigma_M}\right) - (1 + (q_3 f^*)^2) \quad (2.11)$$

avec  $\sigma_M$  une contrainte équivalente définissant l'écouissage,  $f^*$  la porosité du matériau (prise constante, égale à 0.3 dans notre cas),  $q_1, q_2, q_3$  trois paramètres du modèle. La figure 2.11 propose une représentation graphique de  $F$  pour différentes valeurs de la porosité et pour  $q_1, q_2, q_3$  identiquement égaux à 1.

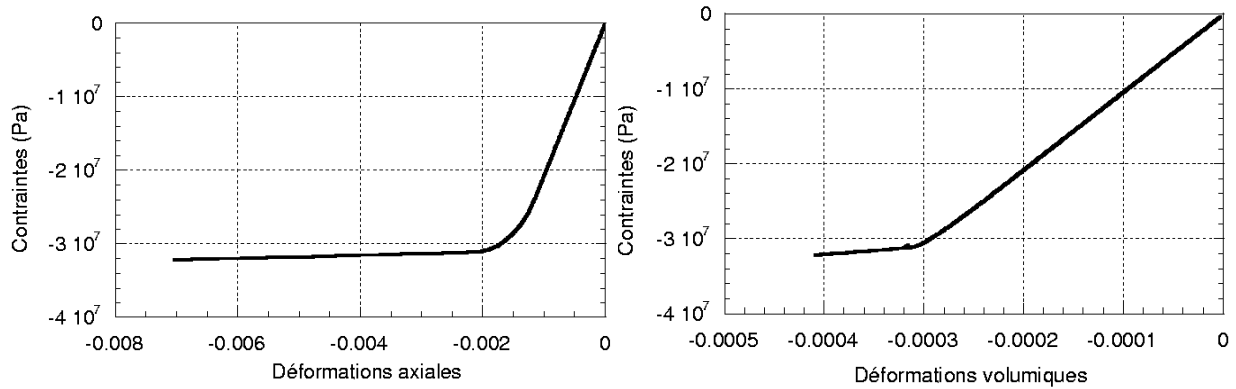


Figure 2.12 : Modèle de Gurson. Compression simple. Réponse axiale et volumique

La figure 2.12 présente la réponse en compression simple. Si le comportement axial est acceptable, il n'en est pas de même pour la partie volumique. Les déformations restent négatives (comportement contractant) quel que soit le niveau de chargement appliqué. L'effet de plasticité n'est pas reproduit et l'objectif 2 n'est pas validé. Le modèle de Gurson est donc adapté à la simulation d'essais triaxiaux confinés (Burlion et al, 2000) mais ne parvient pas à modéliser les changements de comportement volumique contractant vers dilatant.

### 2.2.5 Modèle de « Sheffield »

Un modèle, basé sur la formulation de Etse et Willam (1994) et présenté initialement par Crouch et Tahar (2000) est proposé pour répondre aux trois objectifs fixés. Dans sa forme originale, la loi de comportement simule à la fois un écrouissage positif et négatif. Dans la section suivante, seule la partie à écrouissage positif est décrite (car ce sera la seule à être utilisée dans la suite).

#### 2.2.5.1 Formulation

La surface seuil  $F$  dépend des trois invariants de contraintes normalisés  $(\bar{\rho}, \bar{\xi}, \theta)$  et d'une seule variable interne  $k_h$  :

$$\bar{\xi} = \frac{\sigma_{ii}}{\sqrt{3}r_c} \quad \bar{\rho} = \frac{\sqrt{s_{ij}s_{ji}}}{r_c} \quad \theta = \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s_{ij}s_{jk}s_{ki}}{(s_{ij}s_{ji})^{3/2}}\right) \quad (2.12)$$

où  $\sigma_{ij}$  et  $s_{ij}$  sont respectivement les composantes des contraintes totales et déviatoriques.

$F$  est ensuite définie à partir de trois fonctions  $\hat{k}, \bar{\rho}_c$  et  $r$ .

$$F = \bar{\rho}^{-2} - \frac{\hat{k}(\bar{\xi}, k_h) \bar{\rho}_c^2(\bar{\xi})}{r^2(\bar{\xi}, \theta)} \quad (2.13)$$

La fonction d'écrouissage,  $\hat{k}$ , quantifie l'évolution de la surface de charge avec la déformation inélastique. Elle est donnée par :

$$\hat{k} = k^{2p} \left(1 - \frac{\bar{\xi}^2}{\xi_h^2}\right) \quad \xi_h = \frac{A}{1-k} \quad k = k_0 + (1-k_0) \sqrt{k_h(2-k_h)} \quad (2.14)$$

avec  $p, A$  et  $k_0$  trois paramètres du modèle. L'invariant déviatorique,  $\bar{\rho}_c$ , est défini par :

$$\bar{\rho}_c = \left(\frac{1}{6}\right)^\gamma \sqrt{\frac{2}{3}} \left(-n + \sqrt{n^2 - 12\sqrt{3}n\bar{\xi} + 36}\right)^\gamma \quad (2.15)$$

où

$$n = \frac{3(1 - \bar{f}_t^{\frac{2}{\gamma}})}{\bar{f}_t + 2\bar{f}_t^{\frac{1}{\gamma}}} \quad \bar{f}_t = \frac{r_t}{r_c} \quad (2.16)$$

avec  $\gamma, r_t$  et  $r_c$  trois constantes.

Enfin,  $r$  est la fonction de forme déviatorique initialement développée par Bhowmik et Long (1990) et correspond à un cas particulier de la surface elliptique de Willam et Warnke (1974) :

$$r = \frac{2d_0}{d_1 - \sqrt{d_1^2 - 4d_0d_2}} \quad (2.17)$$

avec

$$\begin{aligned} d_0 &= c_1 \cos^2 \theta - c_2 \sin^2 \theta + c_3 \sin \theta \cos \theta & c_0 &= \frac{(2 - \sqrt{3}B_1)(2B_0 - \sqrt{3}B_1)}{(B_1(1 + B_0) - \sqrt{3}B_0)^2} \\ d_1 &= 2(c_4 \sqrt{3} \cos \theta - c_5 \sin \theta) & c_1 &= 3 - c_0(1 + B_0)^2 \\ d_2 &= B_0(4 - 3B_0c_0) & c_2 &= 1 + 3c_0(1 - B_0)^2 \\ B_0 &= \frac{\bar{\rho}_e}{\bar{\rho}_c} & c_3 &= 2c_0 \sqrt{3}(1 - B_0^2) \\ B_1 &= \frac{\sqrt{3}(1 - \alpha)B_0}{1 + B_0} + \frac{2\alpha B_0}{\sqrt{3}} & c_4 &= (1 + B_0)(1 - B_0c_0) \\ \bar{\rho}_e &= \left(\frac{1}{3}\right)^\gamma \sqrt{\frac{2}{3}}(-n + \sqrt{n^2 - 3\sqrt{3}n\bar{\xi} + 9})^\gamma & c_5 &= (1 - B_0)(1 - 3B_0c_0) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$\alpha$  est un paramètre du modèle.

En utilisant les résultats de Etse et Willam (1994), l'évolution de la variable interne est une fonction du confinement  $\bar{\xi}$

$$\begin{aligned} \dot{k}_h &= \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p}}{\zeta(\sigma)} \quad \text{si } k_h \leq 1 \\ \dot{k}_h &= 0 \quad \text{si } k_h = 1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

où  $\zeta$  dépend du premier invariant normalisé :

$$\begin{aligned} \zeta &= -A_h + \sqrt{A_h^2 - B_h \bar{\xi} + C_h} \quad \text{if } \bar{\xi} \leq 0 \\ \zeta &= -A_h + \sqrt{A_h^2 + C_h} \quad \text{if } \bar{\xi} > 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

$A_h$ ,  $B_h$  et  $C_h$  sont trois paramètres du modèle. La relation nécessite donc au total la connaissance de 10 coefficients (contre 16 pour le modèle MRS Lade de la section précédente).

On peut noter que l'équation (2.19) suppose pour  $k_h$  des valeurs comprises entre 0 et 1. Pour  $k_h = 1$ , la surface seuil devient une surface limite pour laquelle aucun écrouissage n'est plus possible.

### 2.2.5.2 Propriétés de la surface seuil

Ce paragraphe est l'occasion d'étudier les caractéristiques de la fonction seuil  $F$ . Comment est elle construite, comment évolue t-elle, quels sont ses points particuliers ?

*Forme de la surface seuil* : la figure 2.13 présente la surface seuil initiale (écrouissage nul) de l'équation (2.13) dans le plan  $(\bar{\rho}, \bar{\xi})$  pour différentes valeurs de l'angle de Lode  $\theta$ . Pour un

chargement de compression simple,  $\theta$  vaut  $+\frac{\pi}{6}$ . Pour la traction simple,  $\theta = -\frac{\pi}{6}$ . Une

valeur  $\theta = 0$  est caractéristique par exemple des essais de confinement ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). A partir de ces résultats, on remarque que le comportement plastique n'est pas symétrique :  $F$  prend des formes et des amplitudes différentes selon la valeur de l'angle de Lode choisie.

*Evolution de la surface seuil* : la figure 2.14 propose une représentation de  $F$  pour différentes valeurs de  $k_h$  ( $\theta$  fixé égal à  $+\frac{\pi}{6}$ ). Un écrouissage positif est mis en évidence : plus  $k_h$  est grand et plus le seuil de plasticité augmente.

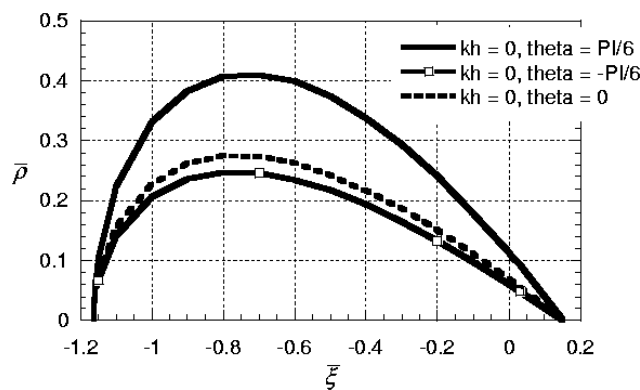


Figure 2.13 : Surface seuil pour différentes valeurs de l'angle de Lode.

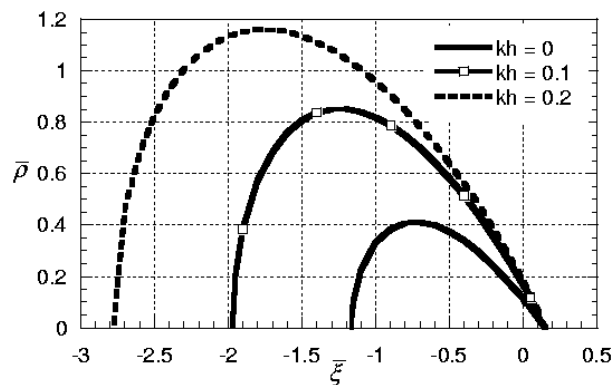


Figure 2.14 : Surface seuil pour différentes valeurs du paramètre d'écrouissage

*Surface de rupture* : l'une des particularités du modèle est de présenter une surface de rupture à partir de laquelle l'écroutissement n'évolue plus. Ce seuil, illustré dans la figure 2.15, est caractérisé par une valeur de  $k_h$  égale à 1.

*Points caractéristiques* : cinq états caractéristiques peuvent être définis sur les surfaces de plasticité et de rupture. Ils sont représentés sur les figures 2.16. Pour un angle de Lode égal à  $+\frac{\pi}{6}$  (compression) (figure 2.16 a), la surface de rupture a deux propriétés : pour  $\bar{\xi}$  donné,  $\bar{\rho}$  est égal à  $\bar{\rho}_c$ . De plus, l'intersection de  $F$  avec la droite de pente  $-\sqrt{2}$  (-RAC2 sur la figure) permet de déterminer  $\bar{\rho} = r_c$  ( $\bar{\rho} = -\sqrt{2}\bar{\xi}$  en compression uniaxiale). Dans la formulation initiale du modèle,  $r_c$  quantifie en fait la résistance en compression du matériau testé. Pour un angle de Lode égal à  $-\frac{\pi}{6}$  (traction) et pour  $\bar{\xi}$  donné (figure 2.16 b),  $\bar{\rho}$  est égal à  $\bar{\rho}_e$  sur la surface de rupture. Son intersection avec la droite de pente  $\sqrt{2}$  (RAC2 sur la figure) donne la relation  $\bar{\rho} = r_t$  ( $\bar{\rho} = \sqrt{2}\bar{\xi}$  en traction uniaxiale). Dans la formulation initiale du modèle,  $r_t$  est la résistance en traction. Enfin, pour  $\bar{\rho} = 0$  (figure 2.16 c) et quel que soit  $\theta$  ou  $k_h$ ,  $\bar{\xi}$  vaut  $\xi_h$ .

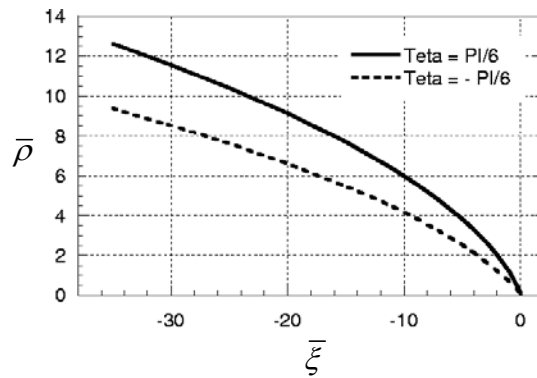
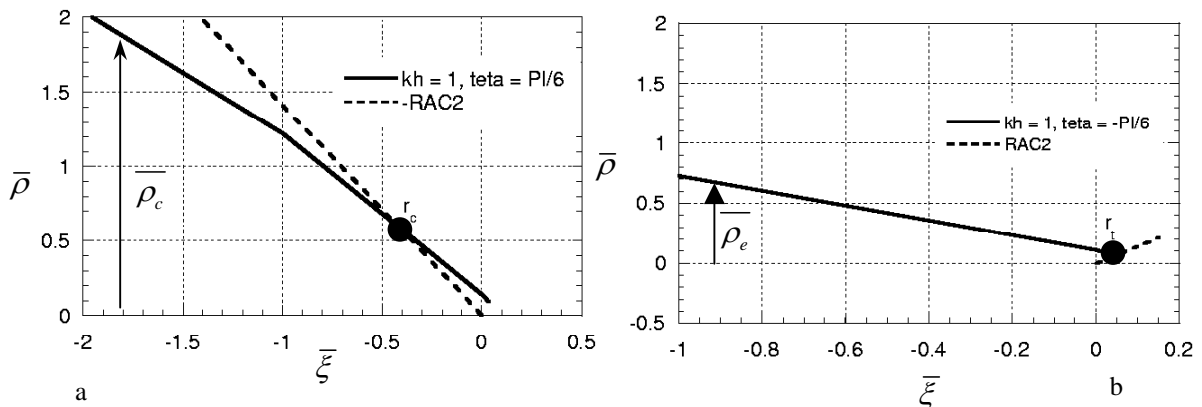


Figure 2.15 : Surfaces de rupture



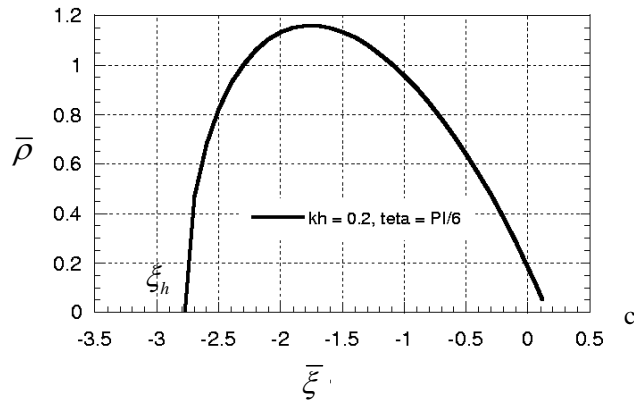


Figure 2.16 : Points caractéristiques de la surface seuil et de la surface de rupture.

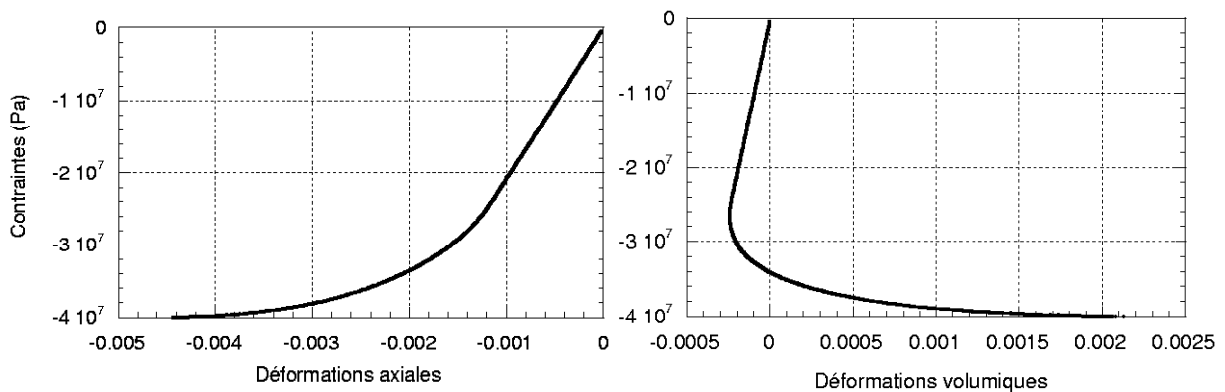


Figure 2.17 : Modèle de « Sheffield ». Réponse en compression volumique. Comportements axial et volumique

Ces remarques ont deux intérêts : dans un premier temps, elles permettent de valider « graphiquement » l'implantation numérique de la fonction seuil. Dans un second temps, elles participent au calage des paramètres du modèle (voir section associée dans le chapitre 3)

### 2.2.5.3 Premières simulations

La figure 2.17 illustre la réponse du modèle pour un chargement de compression simple. On retient pour les simulations l'hypothèse de plasticité associée.

Le comportement axial est composé d'une partie élastique, puis d'une partie non linéaire à écrouissage positif caractéristique de la plasticité. Le signe des déformations volumiques change avec le niveau de sollicitations imposé. Il est tout d'abord négatif (comportement contractant) puis devient progressivement positif (comportement dilatant). L'effet physique de la plasticité sur le comportement volumique est donc correctement simulé. L'objectif 2 est validé.

Les résultats obtenus pour un chargement de mise en pression hydrostatique sont illustrés dans la figure 2.18.



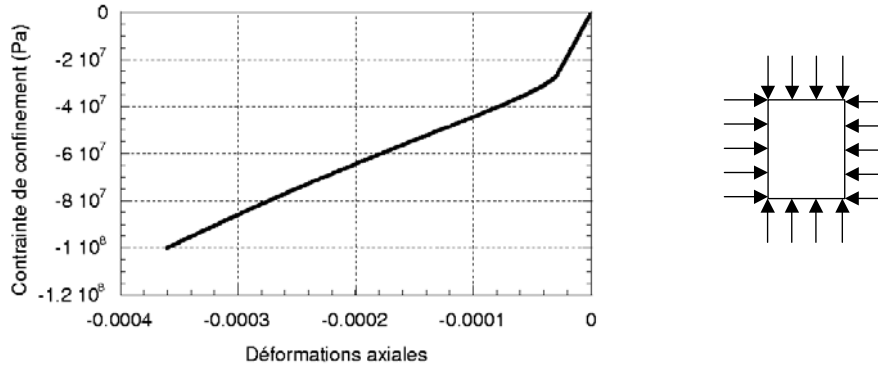


Figure 2.18 : Essai de confinement. Réponse du modèle

La courbe présente deux parties distinctes. Dans la première, l'échantillon se comporte élastiquement. Dans la seconde, une diminution de la pente est progressivement observée (franchissement du seuil plastique). Le modèle est donc capable de simuler, pour un niveau de confinement suffisant, la perte de rigidité consécutive à une mise en pression du matériau. L'objectif 3 est vérifié.

La loi de comportement satisfait donc tous les critères de choix :

- La formulation plastique permet d'obtenir des déformations irréversibles en cas de déchargement.
- Dans le cas de la compression simple, le comportement volumique, initialement contractant, devient progressivement dilatant au fur et à mesure que le niveau de sollicitations augmente.
- Pour des confinements suffisamment grands, une perte de rigidité est observée lors de la mise en pression hydrostatique du matériau

### 3 Implantation numérique du modèle

Compte tenu de la complexité des équations décrites dans la section précédente, l'implantation numérique de la loi plastique doit être faite avec précaution. En effet, contrairement au modèle d'endommagement explicite, la résolution du problème de plasticité est implicite et nécessite une méthode itérative locale. Les principes numériques associés sont décrits dans les paragraphes suivants.

#### 3.1 Principe général

Le principe de résolution du modèle de plasticité est illustré dans la figure 2.19. Le calcul se déroule en plusieurs étapes. A partir de l'état initial  ${}^0\varepsilon$  (pas de chargement  $k = 0$ ) ou d'un état convergé  ${}^{k-1}_n\varepsilon$ , une nouvelle déformation  ${}^k_1\varepsilon$  correspondant au pas de chargement suivant est

évaluée (étape 1). La contrainte totale  ${}^k_n\sigma$  est ensuite calculée par corrections successives à partir d'une prédiction élastique ( ${}^k_n\sigma^1 = {}^k_n\sigma + E_n \cdot {}^k_n\Delta\varepsilon$ ) jusqu'à satisfaction des équations de plasticité (boucle 2 associée à la surface seuil  $F$ ). Si l'équilibre mécanique (étape 3) n'est pas vérifié ( $\text{div}(\sigma) \neq 0$  par exemple), une nouvelle évaluation des déformations est réalisée (étape 4).

Le calcul fait donc classiquement appel à deux boucles : la première pour l'équilibre global et la seconde pour l'équilibre local propre à la plasticité.

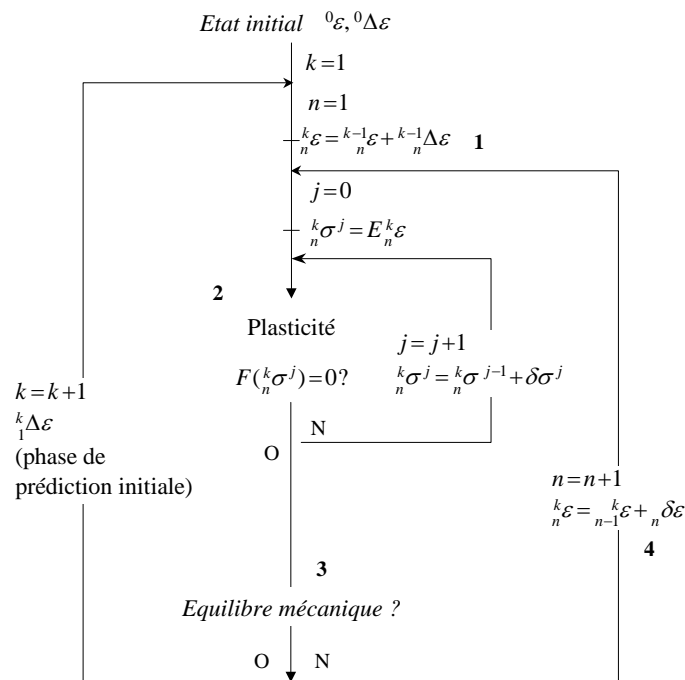


Figure 2.19 : Principe de résolution des équations de plasticité.

### 3.2 Equilibre « local »

Il s'agit dans ce cas de calculer pour une déformation donnée, la contrainte totale satisfaisant les équations de plasticité.

#### 3.2.1 Equations constitutives

L'implantation numérique du modèle décrit dans la section 2.2.4 suit la méthodologie de Perez-Foguet et al (2000). Les équations à résoudre sont :

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon &= d\varepsilon^e + d\varepsilon^p && \text{(décomposition des déformations)} \\
 \sigma &= E\varepsilon^e && \text{(relation élastique)} \\
 \dot{\varepsilon}^p &= \dot{\lambda}m(\sigma, \kappa) && \text{(équation des flux)} \\
 \dot{\kappa} &= \dot{\lambda}h(\sigma, \kappa)
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

avec  $\varepsilon, \varepsilon^p, \varepsilon^e$  respectivement les déformations totales, plastiques et élastiques.  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique,  $m$  le vecteur flux et  $h$  le module plastique.  $\kappa$  désigne les variables internes. Dans notre cas, on pose (voir équations (2.12)-(2.20)) :

$$\kappa = k_h \quad (2.22)$$

Afin d'éviter un niveau de complexité supplémentaire, on se place dans l'hypothèse de plasticité associée. A partir de l'équation (2.19), on écrit donc :

$$m_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$h = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma} : \frac{\partial F}{\partial \sigma}}}{\eta(\sigma)} \quad (2.23)$$

L'évolution du multiplicateur plastique est définie par les conditions de Kuhn-Tucker :

$$F(\sigma, k_h) \leq 0, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad F(\sigma, k_h) \dot{\lambda} = 0 \quad (2.24)$$

avec  $F$  la fonction seuil de l'équation (2.13). Les inconnues du problème sont la contrainte totale  $\sigma$ , le multiplicateur plastique  $\lambda$  et la variable d'écrouissage  $k_h$ .

### 3.2.2 Méthodes de résolution

A partir d'un état de déformations donné, quelles sont les contraintes totales et la variable d'écrouissage qui satisfont les équations (2.21) liées au problème local de plasticité ?

Pour répondre à cette question, différentes techniques existent (Jirasek et Bazant, 2001). Elles consistent, à partir d'un pas de chargement convergé (temps  $k-1$ ) et d'un incrément de déformations fixé, à prédire un nouvel état d'équilibre local des contraintes (figure 2.19). Si la première prédiction, généralement élastique, satisfait les équations (2.21), alors elle définit la nouvelle contrainte totale. Si les équations (2.21) ne sont pas vérifiées, une série de corrections plastiques est appliquée pour atteindre l'état d'équilibre local. C'est le passage de la prédiction à la solution qui définit la nature de la méthode (figure 2.20).

*Méthode de retour radial* (« radial return mapping »). Lorsque la normale à la surface seuil est parallèle à la direction radiale (figure 2.21 a.), un algorithme de type « retour radial » peut être utilisé. Il suppose la colinéarité de la contrainte convergée  ${}^k_n \sigma^j$  et de la prédiction élastique  ${}^k_n \sigma^1$ .

$${}^k_n \sigma^j = K {}^k_n \sigma^1 \quad (2.25)$$

Le rapport de proportionnalité  $K$  est déterminé à partir des équations constitutives (2.21).

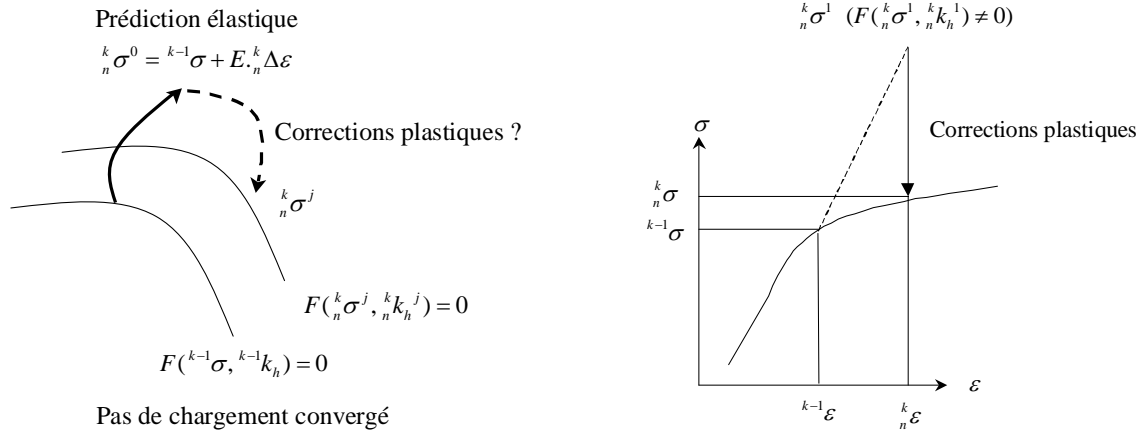


Figure 2.20 : Prédiction élastique et corrections plastiques. Surfaces seuils et courbes contraintes déformations.

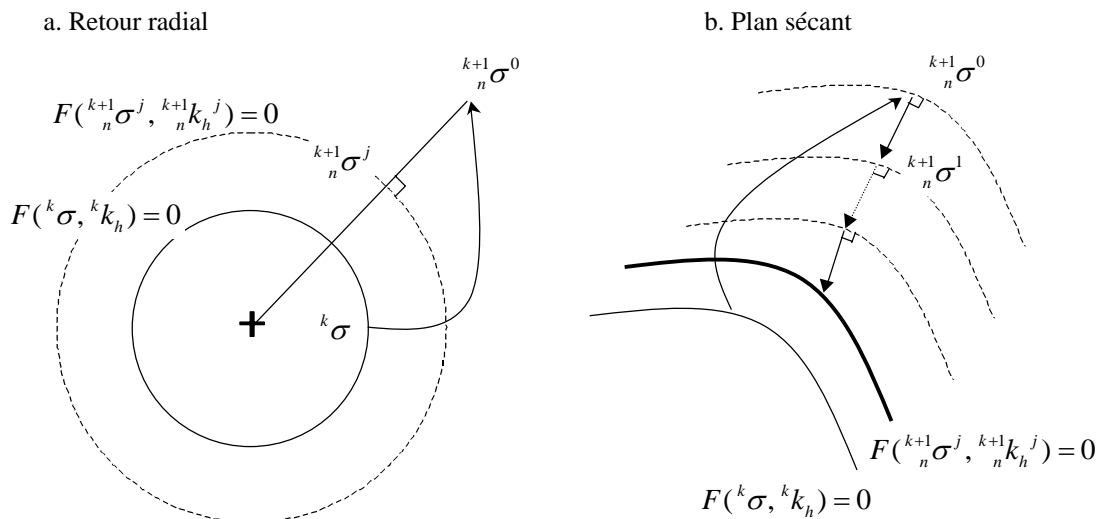


Figure 2.21 : Méthodes de résolution itératives

Cette méthode, d'application restreinte, est notamment choisie pour des lois de type Von Mises. L'hypothèse de « radialité » n'étant pas vérifiée pour notre modèle, l'utilisation de cette technique ne peut être envisagée.

*Méthode du plan sécant* (« cutting plane algorithm »). Cette méthode utilise la décomposition en série de Taylor de l'équation de la surface seuil (Fichant, 1996). Elle aboutit au calcul explicite de l'incrément du multiplicateur plastique  $\delta \lambda$  défini par la relation :

$$\delta \lambda^{j+1} = \frac{F^j}{\left(\frac{\partial F^j}{\partial \sigma}\right)^T E m^j - \left(\frac{\partial F^j}{\partial k_h}\right)^T h^j} \quad (2.26)$$

où  $j$  est le numéro de l'itération du problème local (plasticité). Dans cette expression, les indices  $k$  et  $n$  sont sous entendus. De plus, on écrit :

$$\frac{\partial F^j}{\partial \sigma} = \frac{\partial F(\sigma^j, k_h^j)}{\partial \sigma} \quad (2.27)$$

A partir de la valeur de l'incrément du multiplicateur plastique entre l'itération  $j$  et  $j+1$ , on déduit les corrections sur les contraintes et la variable d'érouissage :

$$\begin{aligned} \sigma^{j+1} &= \sigma^j - \delta\lambda^{j+1} Em^j \\ k_h^{j+1} &= k_h^j + \delta\lambda^{j+1} h^j \end{aligned} \quad (2.28)$$

Le calcul s'itère jusqu'à satisfaction du critère  $\|F(\sigma^j, k_h^j)\| \leq \text{Res}$  où Res est le résidu associé à la méthode itérative locale. Géométriquement, le processus est illustré dans la figure 2.21 b.

Cette méthode présente deux avantages. Le calcul est explicite : à partir de la valeur de l'incrément du multiplicateur plastique sont déterminées les corrections sur les contraintes et sur la variable d'érouissage. De plus, l'algorithme n'utilise que des estimations successives de la surface seuil et de ses dérivées premières. Néanmoins, des pas de chargement suffisamment petits doivent être appliqués afin de garantir la stabilité de la méthode (Jirasek et Bazant, 2001).

*Méthode du point le plus proche* (« *closest point projection* »). Pour notre problème, une méthode de type « *closest point projection* » est utilisée. Elle suppose la discrétisation par rapport au temps des équations constitutives :

$$\begin{aligned} {}_n\sigma + \lambda Em({}_n\sigma, {}_n k_h) &= E({}_n\varepsilon - {}_{n-1}\varepsilon^p) \\ {}_n k_h - \lambda h({}_n\sigma, {}_n k_h) &= {}_{n-1}k_h \\ F({}_n\sigma, {}_n k_h) &= 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Le système est ensuite linéarisé de manière à utiliser une méthode de Newton-Raphson. L'équation caractéristique s'écrit finalement :

$$J. \begin{pmatrix} \delta\sigma^{j+1} \\ \delta k_h^{j+1} \\ \delta\lambda^{j+1} \end{pmatrix} = -R^j \quad (2.30)$$

où  $J$  définit le jacobien du système et  $R^j$  le vecteur résidu à l'itération  $j$ .  $\delta\sigma^{j+1}$ ,  $\delta k_h^{j+1}$ ,  $\delta\lambda^{j+1}$  sont respectivement les corrections appliquées sur les contraintes, la variable d'érouissage et le multiplicateur plastique.

$$J = \begin{pmatrix} (I_{\dim(\sigma)} + \lambda^j E \frac{\partial m}{\partial \sigma})^j & \lambda^j E \frac{\partial m}{\partial k_h}^j & Em^j \\ -\lambda^j \left(\frac{\partial h}{\partial \sigma}\right)^j & (1 - \lambda^j \left(\frac{\partial h}{\partial k_h}\right)^j) & -h^j \\ \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^j & \left(\frac{\partial F}{\partial k_h}\right)^j & 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$R^j = \begin{pmatrix} {}_n\sigma^j + \lambda^j Em^j({}_n\sigma^j, {}_nk_h^j) - E({}_n\varepsilon - {}_{n-1}\varepsilon^p) \\ {}_nk_h^j - \lambda^j h({}_n\sigma^j, {}_nk_h^j) - {}_{n-1}k_h \\ F({}_n\sigma^j, {}_nk_h^j) \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

La résolution de l'équation (2.30) s'écrit alors :

$$\delta\lambda^{j+1} = \frac{F({}_n\sigma^j, {}_nk_h^j) - {}_n\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial F}{\partial k_h}\right]^j \cdot A^{-1} \cdot R^j}{{}_n\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial F}{\partial k_h}\right]^j \cdot A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} m^j \\ -h^j \end{bmatrix}} \quad (2.33)$$

avec

$$A = \begin{pmatrix} E^{-1} + \lambda^j \left(\frac{\partial m}{\partial \sigma}\right)^j & \lambda^j \left(\frac{\partial m}{\partial k_h}\right)^j \\ -\lambda^j \left(\frac{\partial h}{\partial \sigma}\right)^j & 1 - \lambda^j \left(\frac{\partial h}{\partial k_h}\right)^j \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

A partir de (2.33), les corrections sur les contraintes et variable interne sont déduites :

$$\begin{pmatrix} \delta\sigma^{j+1} \\ \delta k_h^{j+1} \end{pmatrix} = A^{-1} \left( -R^j - \delta\lambda^{j+1} \begin{bmatrix} m^j \\ -h^j \end{bmatrix} \right) \quad (2.35)$$

Le calcul s'itère jusqu'à obtenir un résidu  $R^j$  inférieur à une tolérance donnée (ici fixée à  $10^{-6}$ ). Pour les besoins du calcul, on initialise les inconnues du système avec les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} {}_n^k\sigma^0 &= {}_n^{k-1}\sigma + E_n^k \Delta\varepsilon \\ {}_n^k k_h^0 &= {}_n^{k-1}k_h \\ {}_n^k\lambda^0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Dans le cas d'une surface seuil convexe, la méthode s'interprète géométriquement comme la recherche du point qui minimise la distance entre la prédiction et la surface seuil convergée, d'où son appellation (Jirasek et Bazant, 2001).

Contrairement aux méthodes précédemment présentées, cette approche nécessite le calcul de la dérivée des vecteurs flux (calcul de la matrice  $A$ , équation (2.34)). Pour le modèle de plasticité choisi, ces dérivées ne sont pas aisées à calculer. Afin d'éviter des erreurs dans leur évaluation qui pourraient altérer la convergence de l'algorithme, une technique de différentiation numérique est proposée. Basée sur les résultats de Perez-Foguet et al (2000), elle suppose l'écriture des dérivées de  $m$  et  $h$  sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\frac{\partial m_{ij}}{\partial k_h}(\sigma, k_h) &= \frac{m_{ij}(\sigma, k_h + p) - m_{ij}(\sigma, k_h - p)}{2p} \\ \frac{\partial m_{ij}}{\partial \sigma_{kl}}(\sigma, k_h) &= \frac{m_{ij}(\sigma + pe_{kl}, k_h) - m_{ij}(\sigma - pe_{kl}, k_h)}{2p}\end{aligned}\quad (2.37)$$

$p$  est le pas de discrétisation et  $e_{kl}$  la matrice pour laquelle seule la composante  $kl$  est non nulle (égale à 1). Les dérivées de  $h$  par rapport aux contraintes et à la variable d'écroutissage sont calculées de la même manière.

Un choix approprié du pas de discrétisation est nécessaire afin d'éviter des problèmes de convergence. Conformément aux recommandations de Perez-Foguet et al (2000),  $p$  sera pris égal à  $2^{-15}$  dans la suite du document.

### 3.3 Equilibre « global »

Une fois connue, pour une déformation donnée, la contrainte totale qui satisfait les équations de plasticité, l'équilibre mécanique global est vérifié. En cas de non convergence, une seconde méthode itérative de type Newton – Raphson est employée afin de définir les corrections sur les déplacements nodaux et donc sur les déformations.

Cette approche nécessite, dans le cas d'un calcul local classique, la connaissance de la dérivée des contraintes par rapport aux déformations pour le calcul de la matrice de résolution (voir chapitre 1 pour plus de détails). Celle-ci est exprimée en partant des équations constitutives du modèle de plasticité. En effet, en linéarisant (2.21) et après simplification, il vient :

$$\begin{pmatrix} d\sigma \\ dk_h \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} - A^{-1} \begin{bmatrix} {}_n m \\ -{}_n h \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} {}_n(\frac{\partial F}{\partial \sigma}) & {}_n(\frac{\partial F}{\partial k_h}) \end{bmatrix} A^{-1}}{\begin{bmatrix} {}_n(\frac{\partial F}{\partial \sigma}) & {}_n(\frac{\partial F}{\partial k_h}) \end{bmatrix} A^{-1} \begin{pmatrix} {}_n m \\ -{}_n h \end{pmatrix}} \begin{bmatrix} d\varepsilon \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}\quad (2.38)$$

La dérivée de la contrainte par rapport à la déformation peut alors être obtenue en extrayant le premier bloc (6x6) de la matrice de l'équation (2.38).

### 3.4 Vérification de l'implémentation de la méthode

Compte tenu de leur complexité, l'implantation des équations (2.33), (2.35) et (2.38) doit être validée de manière à s'assurer de l'efficacité des deux méthodes itératives (locale et globale). Pour cela, plusieurs vérifications sont envisagées : la première utilisant le modèle de Von Mises, disposant d'une solution analytique, la seconde la loi MRS Lade, sur laquelle des tests de convergence ont déjà été réalisés, et enfin la relation de Sheffield afin d'observer les convergences associées.

#### 3.4.1 Modèle de Von Mises – Vérification analytique

Le modèle de Von Mises décrit dans le paragraphe 2.2.1 présente la particularité de proposer une solution analytique pour la contrainte convergée mais aussi pour l'opérateur tangent cohérent lié au calcul de la dérivée des contraintes par rapport aux déformations.

Ainsi, étant données une déformation totale et une contrainte satisfaisant les équations de plasticité (convergence de la boucle locale), on peut écrire (Proix et al, 2001) :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = K \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{2\mu}{a} (\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}) - \frac{C_p}{a} s_{ij} s_{kl} \quad (2.39)$$

avec  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker,  $s$  la matrice des contraintes déviatoriques et

$$K = \frac{1}{3}(3\lambda + 2\mu) \quad C_p = \frac{9\mu^2}{\sigma_{eq}^2} \left(1 - \frac{R'({}_n\kappa)_n \Delta\kappa}{\sigma_{eq}}\right) \frac{1}{R'({}_n\kappa) + 3\mu} \quad (2.40)$$

$$a = 1 + \frac{3\mu_n \Delta\kappa}{R({}_n\kappa)}$$

Le tableau 2.1 illustre les résultats de convergence globale obtenus pour un essai de compression simple. Une comparaison entre matrice tangente « numérique » et matrice tangente analytique (valeur du résidu pour chaque itération) est proposée. La méthode de convergence locale du problème de plasticité est identique dans les deux cas, seul l'opérateur tangent global étant différent.

Etat	Résidu global OTC numérique		Résidu global OTC analytique	
	Etat 1	Itération 1	4.83 10 <sup>-2</sup>	Itération 1
Itération 2		2.57 10 <sup>-16</sup>	Itération 2	2.57 10 <sup>-16</sup>
Etat 2	Itération 1	3.89 10 <sup>-2</sup>	Itération 1	3.8963 10 <sup>-2</sup>
	Itération 2	2.047 10 <sup>-16</sup>	Itération 2	4.095 10 <sup>-16</sup>
Etat 3	Itération 1	1.9604 10 <sup>-2</sup>	Itération 1	1.96 10 <sup>-2</sup>
	Itération 2	2.0031 10 <sup>-16</sup>	Itération 2	4.006 10 <sup>-16</sup>

Tableau 2.1 : Comparaison des matrices tangentes numérique et analytique



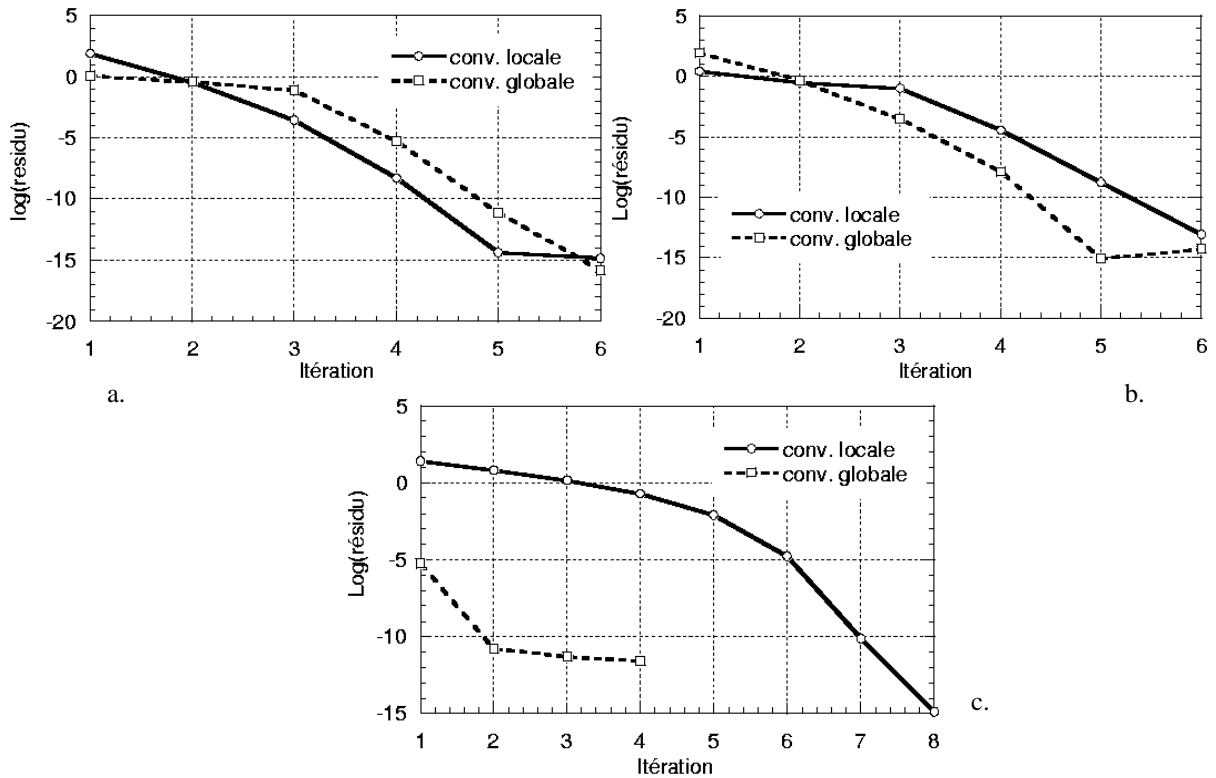


Figure 2.22 : Convergence des méthodes itératives globales et locales associées au modèle MRS Lade

Les résidus obtenus avec les deux approches sont identiques, les faibles écarts pouvant être attribués à la différentiation numérique utilisée pour le calcul des dérivées des flux. La méthode de résolution globale des équations de plasticité, en particulier l'écriture de l'opérateur tangent cohérent, est donc validée.

### 3.4.2 Modèle MRS Lade

Ce modèle, présenté dans la section 2.2.3, donne l'occasion de vérifier les vitesses de convergence des méthodes itératives locale et globale. Les figures 2.22 (a), (b) et (c) illustrent la qualité des méthodes employées pour des essais de traction, compression et mise en pression hydrostatique respectivement. Dans les deux premiers cas, les résultats sont satisfaisants : les convergences sont quasi quadratiques. Pour l'essai de mise en pression hydrostatique en revanche, si la convergence locale est acceptable, la convergence globale semble plus problématique. Le logarithme du résidu est multiplié par deux en valeur absolue pour la première itération puis semble adopter une convergence linéaire.

A partir de ces résultats, on peut néanmoins valider l'implémentation de la méthode de résolution associée au « cap model ». Localement et globalement, les convergences sont acceptables même si des améliorations peuvent être envisagées (test de confinement par exemple).

### 3.4.3 Modèle de Sheffield

On s'intéresse à présent à la loi de comportement plastique qui sera utilisée dans la suite de notre étude. La figure 2.23 (a) illustre la convergence globale pour les essais de traction, compression et confinement. Contrairement aux résultats obtenus dans les sections précédentes, les évolutions sont linéaires. La méthodologie générale ayant été validée dans le paragraphe 3.4.2, les erreurs doivent provenir des calculs propres au modèle. En particulier, des approximations dans la définition des dérivées analytiques de la fonction seuil ou numériques des flux (définition du jacobien du système (2.31)) empêchent l'obtention d'une allure quadratique. La présence de singularités (dénominateur nul pour des valeurs caractéristiques de l'angle de Lode dans l'écriture des dérivées par exemple) nécessiterait un travail numérique supplémentaire (simplification, lissage des équations...).

La méthode de résolution adoptée, même si elle ne remplit pas tous les objectifs numériques initialement fixés, améliore de manière significative la convergence du calcul. Par exemple, la figure 2.23 (b) présente une comparaison, pour un essai de compression simple, entre l'opérateur tangent et la matrice élastique. Si les deux vitesses sont linéaires, le nombre d'itérations requis pour converger passe de 26 à 3 soit un rapport d'environ 9.

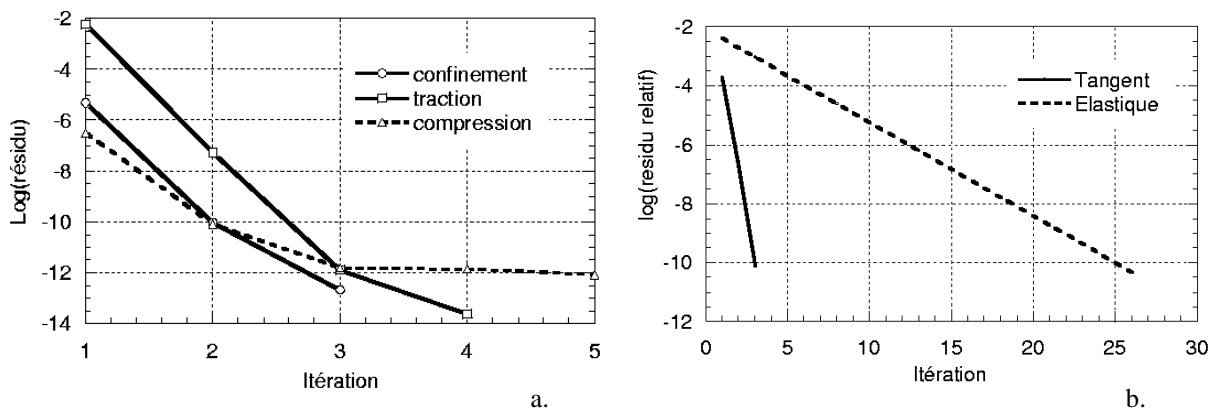


Figure 2.23 : Convergence globale du modèle de Sheffield (a) matrice tangente, (b) comparaison avec l'opérateur élastique

## CONCLUSIONS – CHAPITRE 2

Ce chapitre a été l'occasion d'évaluer les possibilités d'amélioration du modèle isotrope développé dans le chapitre 1 : quels phénomènes ne sont pas modélisés et comment les prendre en considération ?

Concernant l'anisotropie, les lois de comportement étudiées ne se sont pas révélées particulièrement pertinentes. L'absence d'opérateur tangent cohérent, le nombre parfois prohibitif de paramètres et surtout l'impact mineur sur les cas de chargements considérés rendent leur utilisation difficilement envisageable. Il a donc été choisi dans le reste du document une hypothèse d'isotropie du matériau béton.

Compte tenu de la diversité des modèles existants, la prise en compte des phénomènes irréversibles passe par la définition d'objectifs de simulation permettant d'argumenter notre choix. Dans notre cas, la relation constitutive doit être capable de simuler l'évolution du comportement volumique en compression et présenter un seuil de plasticité en confinement.

Ces conditions ont donc amené à la définition d'une loi de comportement « optimale » associée à une surface seuil continue. Les premières simulations ont montré la capacité de la relation à remplir les objectifs fixés. Le changement d'évolution contractant vers dilatant en compression peut donc être simulé ainsi que la perte de rigidité apparaissant en confinement pour de fortes pressions.

L'implantation numérique de la relation de comportement a été discutée. En particulier, les opérateurs nécessaires à l'utilisation des méthodes itératives locale et globale de Newton-Raphson ont été définis. Après une première validation sur le modèle de Von Mises (expression analytique), la méthodologie globale de résolution a été vérifiée sur un « cap model » plus complexe. Sur la relation de « Sheffield » retenue, les résultats se sont montrés moins pertinents. Malgré des améliorations notables, comparées à une matrice élastique, l'opérateur tangent n'a pu fournir de convergence quadratique. Des modifications sont donc à envisager sur cette dernière partie (lissage des équations de la surface pour assurer leur continuité, points singuliers, simplifications).

Le modèle de plasticité développé dans ce chapitre va à présent être associé à la relation d'endommagement présentée dans le chapitre 1.



## **CHAPITRE 3**

### ***MODELE ELASTIQUE PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE***

#### **INTRODUCTION**

Les chapitres 1 et 2 ont permis de définir deux types de modèle : l'endommagement, simple par sa formulation isotrope et adapté aux comportements fondamentaux du béton (traction, compression, flexion) et la plasticité, caractérisée par une surface seuil continue capable de représenter quantitativement l'évolution des déformations irréversibles. Néanmoins, ces deux formulations prises séparément ne sont pas totalement satisfaisantes. La première est incapable de reproduire le comportement volumique du béton et les pentes de déchargement. La seconde ne présente pas de diminution de raideur caractéristique de la formation d'une microfissuration. Ce chapitre est donc l'occasion de proposer un modèle élastique plastique endommageable résultat de la combinaison des lois présentées dans les chapitres 1 et 2.

Après avoir démontré la nécessité d'une association endommagement – plasticité pour les problèmes couplés (section 1), la relation adoptée est développée (section 2). Basée sur le principe d'une contrainte effective plastique, elle simule à la fois la diminution de la raideur élastique (endommagement) et l'évolution de déformations plastiques. Les pentes de déchargement peuvent alors être calées par rapport aux essais expérimentaux.

Compte tenu du nombre élevé de paramètres (17 coefficients au total), une méthodologie de calibration est proposée à partir de trois essais classiques : traction, compression et confinement (section 3).

Enfin, trois tests élémentaires et quatre applications structurelles sont étudiés (section 4). D'une part, il s'agit de valider la capacité de la loi de comportement à reproduire des résultats expérimentaux. D'autre part, les améliorations apportées par l'introduction de la plasticité dans la loi d'endommagement sont mises en avant.

# 1 Approche considérée

Le comportement mécanique du béton en déchargement est caractérisé par deux phénomènes principaux (figure 3.1) : la diminution de la raideur élastique et le développement de déformations irréversibles. Le chapitre 1 a montré que le premier était attribué à une fissuration (micro ou macro fissuration) simulée par exemple par l'augmentation d'une variable d'endommagement. Le second peut être modélisé par l'apparition d'un comportement plastique à l'origine des manifestations irréversibles (chapitre 2).

Quel choix adopter pour le modèle de comportement du béton ?

Dans le contexte de notre étude, le comportement mécanique monotone (élasticité, écrouissage positif et adoucissement) doit bien évidemment être reproduit mais une attention toute particulière est apportée à la simulation du déchargement. En effet, lorsque des couplages incluant l'endommagement sont envisagés (couplage entre l'endommagement et la perméabilité, la porosité ou le fluage par exemple), une estimation la plus exacte possible de  $D$  est nécessaire afin d'éviter une erreur sur la variable couplée ( $K = f(D)$  par exemple avec  $K$  la perméabilité). Or, c'est généralement la pente de déchargement qui définit expérimentalement la perte de rigidité et donc la valeur de  $D$  (figure 3.2).

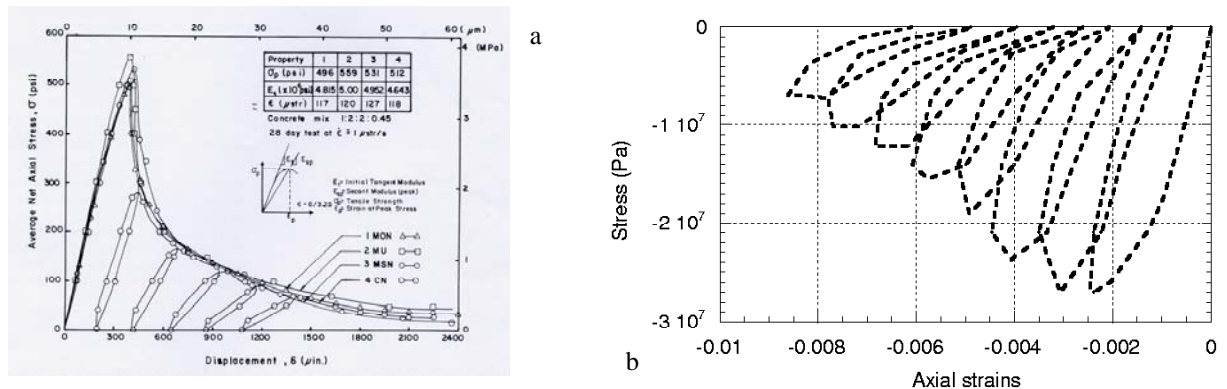


Figure 3.1 : Comportements expérimentaux en traction (Gopalaratnam et Shah, 1985) (a) et compression cyclique (Sinha et al, 1964) (b). Mise en évidence de la perte de rigidité et du développement de déformations irréversibles.

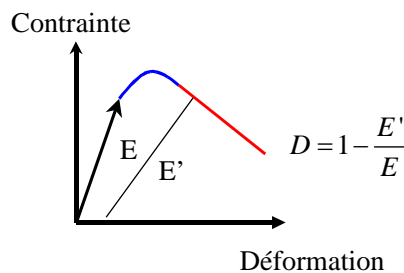


Figure 3.2 : Détermination expérimentale de l'endommagement

Même si les modèles d'endommagement ou de plasticité, pris séparément, sont capables de simuler le comportement monotone du matériau, ils ne sont pas suffisants pour reproduire le déchargement.

Dans le premier cas, la relation entre les contraintes et les déformations est définie par (voir chapitre 1) :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (3.1)$$

Le chargement induit donc une perte de rigidité du matériau (figure 3.3 b). Néanmoins, l'endommagement  $D$  est surévalué par rapport à l'expérience car la courbe de déchargement passe par l'origine (absence de déformations irréversibles).

Dans le second cas, même si les modèles de plasticité peuvent introduire l'adoucissement dans l'expression de la surface seuil  $F$  pour le comportement mécanique monotone ((Kang et al, 2000) (Grassl et al, 2002)), le déchargement est élastique, contrairement à l'expérience (figure 3.3 c).

Les modèles utilisant à la fois l'endommagement et la plasticité s'affranchissent de ces limites en alliant les avantages des deux formulations : une perte de rigidité est associée au développement d'un endommagement et la plasticité crée les déformations irréversibles. La phase de déchargement peut alors être calée sur les résultats expérimentaux et proposer une valeur de  $D$  appropriée. A partir du modèle d'endommagement du chapitre 1 et de la relation de plasticité choisie dans le chapitre 2, une loi élastique plastique endommageable va donc être proposée.

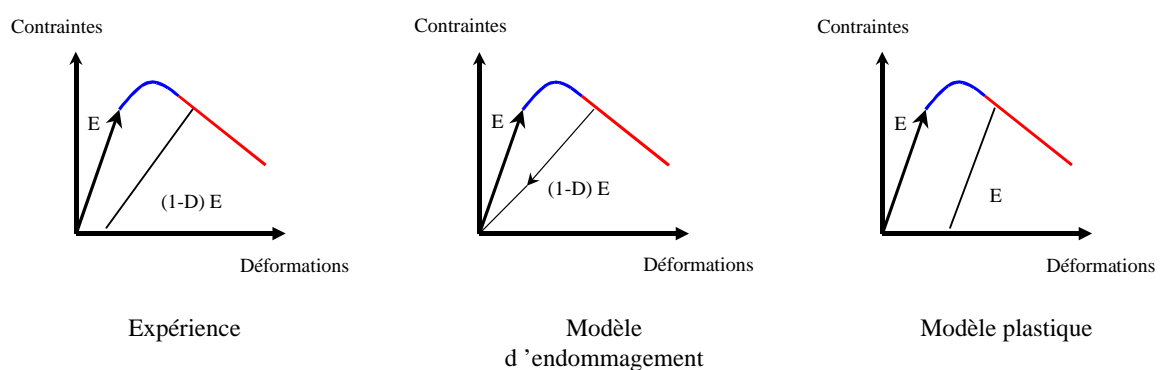


Figure 3.3 : Pente de décharge dans le cas uniaxial. Expérience, endommagement et plasticité.

## 2 Description du modèle

### 2.1 Principe

Plusieurs possibilités existent pour combiner les effets de la plasticité et de l'endommagement dans une seule et même relation constitutive. Historiquement, l'endommagement a d'abord

été couplé avec la plasticité pour les métaux dans les modèles dits de « rupture ductile » (Lemaitre et Chaboche, 1984 par exemple). La création de vides était alors expliquée par le développement de déformations plastiques. L'application de cette approche aux bétons a été proposée par Oller et *al* (1990), Meschke et Lackner (1997) ou Kratzig et Polling (2004). Dans ces modèles, l'évolution de l'endommagement est pilotée par les déformations plastiques. Cette solution peut sembler difficilement applicable dans le cas de la traction simple par exemple où les déformations plastiques sont généralement faibles et où l'endommagement est dominant. De plus, on peut difficilement expliquer comment les déformations plastiques se développent dans le béton avant la microfissuration. En effet, une hypothèse classiquement retenue est de considérer que les déformations irréversibles sont le résultat du glissement des microfissures et de la friction interne. Un tel phénomène nécessite donc la formation préalable d'une fissuration avant le développement de la plasticité.

Une seconde approche qui convient à la fois à la traction et à la compression utilise le concept de la contrainte effective. La surface seuil de plasticité n'est plus écrite en terme de contraintes totales mais devient fonction de la contrainte effective (contrainte du matériau non endommagé) (Simo et Ju, 1987a ou Ju, 1989). Simo et Ju (1987b), Hansen et Schreyer (1992), Yazdani et Schreyer (1990), Fichant et *al* (1999), Mazars et Pijaudier-Cabot (1989), Faria et *al* (1998) ou Jefferson (2003) utilisent cette approche avec des modèles d'endommagement isotropes et anisotropes combinés à l'élastoplasticité. Nechnech et *al* (2002) propose une extension de la méthode à d'autres sources d'endommagement (endommagement thermique dans ce cas précis).

Une autre possibilité est de considérer un couplage « fort ». Par opposition à l'approche précédente dans laquelle la surface seuil de plasticité est écrite en terme de contrainte effective, la contrainte totale apparaît dans le processus plastique, qui devient alors couplé à l'endommagement. Luccioni et *al* (1996) ou Armero et Oller (2000) donnent des exemples de tels modèles et discutent des aspects algorithmiques associés.

La loi de comportement présentée dans ce paragraphe est basée sur le concept des contraintes effectives car il permet de séparer simplement l'endommagement et la plasticité. Comme déjà abordé dans le chapitre 1, une contrainte « non endommagée »  $\sigma'$  est introduite telle que :

$$\sigma = (1 - D)\sigma' \quad (3.2)$$



Dans notre cas, la contrainte effective vérifie les équations de plasticité, c'est-à-dire :

$$F(\sigma', \kappa) \leq 0 \quad (3.3)$$

avec  $F$  la surface seuil plastique et  $\kappa$  les variables internes associées.

L'endommagement est ensuite fonction des sollicitations élastiques (Hansen et Schreyer, 1992 ou Faria et al, 1998 par exemple). Plus précisément,  $D = D(\text{Max}_i(\varepsilon^e))$ . Avec cette évolution, les conséquences de chaque phénomène sont découplées. La plasticité est uniquement responsable du développement des déformations irréversibles et des effets associés (comportement volumique, transition ductile – fragile...). L'endommagement est à l'origine de l'adoucissement du comportement mécanique global et de la diminution de la raideur. La plasticité n'intervient donc pas dans le développement de la fissuration : deux phénomènes simulent deux effets. Cette hypothèse de découplage permettra, comme on le verra dans la suite, plusieurs simplifications dans l'implantation et la calibration du modèle complet.

### 2.1.1 Plasticité

En considérant le concept de contraintes effectives, les équations (2.21) sont adaptées au nouveau problème :

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (\text{décomposition des déformations}) \\ \sigma' &= E\varepsilon^e \quad (\text{relation élastique}) \\ \dot{\varepsilon}^p &= \dot{\lambda}m(\sigma', \kappa) \quad (\text{équation des flux}) \\ \dot{\kappa} &= \dot{\lambda}h(\sigma', \kappa) \end{aligned} \quad (3.4)$$

On leur associe la condition d'évolution du multiplicateur plastique :

$$F(\sigma', k_h) \leq 0, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad F(\sigma', k_h)\dot{\lambda} = 0 \quad (3.5)$$

L'équation de la surface seuil est donnée par (2.13) en remplaçant la contrainte totale par la contrainte effective  $\sigma'$

### 2.1.2 Endommagement

Une fois calculée la nouvelle contrainte effective satisfaisant les équations de plasticité, on définit les déformations élastiques et plastiques par la relation :

$$\begin{aligned} \varepsilon^e &= E^{-1}\sigma' \\ \varepsilon^p &= \varepsilon - \varepsilon^e \end{aligned} \quad (3.6)$$

avec  $E^{-1}$  l'inverse du tenseur d'élasticité.

La loi d'endommagement du chapitre 1 est ensuite utilisée en remplaçant la déformation totale par sa composante élastique. Le calcul de  $D$  se fait donc à déformation plastique constante. On rappelle ici les équations caractéristiques.

La déformation équivalente qui quantifie l'extension du matériau durant le chargement :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\langle \varepsilon_i^e \rangle_+)^2} \quad (3.7)$$

La surface de charge  $g$  :

$$g(\varepsilon^e, D) = \tilde{D}(\varepsilon^e) - D \quad (3.8)$$

La décomposition de la variable d'endommagement :

$$\tilde{D}(\varepsilon^e) = \alpha_t(\varepsilon^e) D_t(\varepsilon_{eq}) + \alpha_c(\varepsilon^e) D_c(\varepsilon_{eq}) \quad (3.9)$$

Les conditions de Khun – Tucker définissant l'évolution de la variable  $D$  :

$$g \leq 0, \quad \dot{D} \geq 0, \quad g \dot{D} = 0 \quad (3.10)$$

Une fois la valeur de l'endommagement déterminée, on définit la nouvelle contrainte à partir de l'équation :

$$\sigma = (1 - D) \sigma' \quad (3.11)$$

## 2.2 Schéma général d'implantation

L'implantation du modèle d'endommagement et de plasticité suit la méthodologie de la figure 3.4 (Simo et Ju, 1987b). Connaissant l'état initial  ${}^0\varepsilon$  ( $k=0$ ) ou un état convergé  ${}^{k-1}\varepsilon$  (instant  $k-1$ ), une nouvelle déformation  ${}^k\varepsilon$ , correspondant au pas de chargement suivant, est évaluée (étape 1). Une contrainte effective  ${}^k\sigma'$  (contrainte du matériau non endommagé) est ensuite calculée par corrections successives à partir d'une prédiction élastique ( ${}^k\sigma'^j = {}^{k-1}\sigma_t'^n + E_n^k \Delta\varepsilon$ ) jusqu'à satisfaction des équations de plasticité (boucle 2 associée à la surface seuil  $F$ ).

Une fois la contrainte effective connue, on déduit les déformations élastiques  ${}^k\varepsilon^e$  et plastiques  ${}^k\varepsilon^p$  puis la valeur de l'endommagement  $D$  et de la contrainte finale  ${}^k\sigma$  (étape 3). Si l'équilibre mécanique du problème « global » n'est pas vérifié ( $div(\sigma) \neq 0$  par exemple), les déformations sont corrigées (boucle 4). Une fois, l'équilibre atteint, le chargement est augmenté d'un pas et le processus continue.

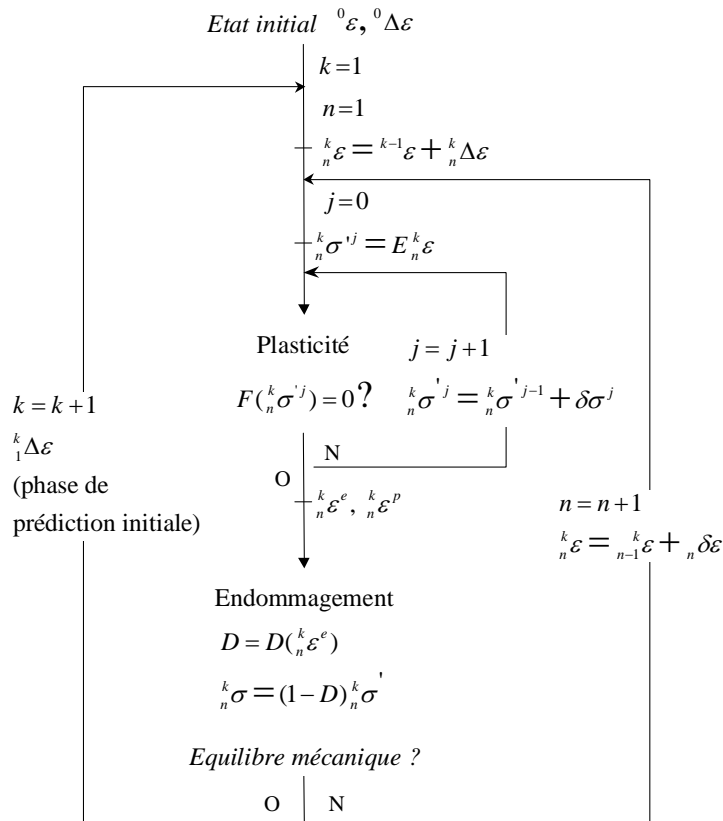


Figure 3.4 : Schéma d'implantation du modèle élastique plastique endommageable

Plusieurs différences sont à noter par rapport au schéma équivalent du chapitre 2 (figure 2.19). Le modèle de plasticité est ici associé au calcul d'une contrainte effective et non plus à la contrainte totale  $\sigma$ . C'est le « module » d'endommagement qui permet ensuite de passer de la contrainte du matériau sain à celle du matériau dégradé. En résumé, l'intégration de la loi de comportement se fait en deux phases. A partir de la surface seuil de plasticité, et à endommagement constant, la contrainte effective et les déformations élastiques et plastiques sont tout d'abord calculées. La contrainte réelle est ensuite déterminée en mettant à jour la valeur de l'endommagement avec le modèle isotrope du chapitre 1.

Même si les deux phénomènes sont simulés conjointement par le même modèle, ils ne sont pas totalement couplés. Cette approche permet une certaine simplicité numérique (implantation de la relation) et une liberté dans le choix des relations constitutives. Une surface seuil peut être choisie indépendamment du « module » endommagement et vice versa.

### 2.3 Opérateur tangent associé

L'implantation complète du modèle de plasticité et d'endommagement passe par la définition d'une matrice tangente basée sur le calcul des dérivées des contraintes par rapport aux déformations. A partir de l'équation (3.11), il vient :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = (1-D) \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial D}{\partial \varepsilon} \sigma' \quad (3.12)$$

La dérivée de la contrainte effective par rapport aux déformations est donnée par la relation de plasticité (équation (2.38)).

A partir de la loi d'endommagement et en utilisant les résultats du chapitre 1, on obtient :

$$\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{kl}^e} = H \frac{\varepsilon_{kl}^{e+}}{\varepsilon_{eq}} \beta_{kl} \quad (3.13)$$

avec  $H$  et  $\beta_{kl}$  les coefficients définis dans l'équation (1.32).

Pour proposer une expression complète de l'opérateur tangent, les dérivées de la déformation élastique par rapport à la déformation totale sont calculées :

$$\begin{aligned} \sigma' &= E \varepsilon^e \\ \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} &= E \frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \varepsilon} &= E^{-1} \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Finalement, la matrice tangente s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = (1-D) \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial D}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^e}{\partial \varepsilon} \sigma' \quad (3.15)$$

### 3 Calibration du modèle

Le modèle élastique plastique endommageable nécessite la connaissance de 17 coefficients. Les équations associées sont rappelées dans le tableau 3.1. Deux paramètres sont utilisés pour la partie élastique (le module d'Young et le coefficient de Poisson), cinq pour l'endommagement ( $A_r$ ,  $A_c$ ,  $B_b$ ,  $B_c$  et  $\varepsilon_{D0}$ ) et dix pour la plasticité ( $r_c$ ,  $r_b$ ,  $p$ ,  $A_b$ ,  $B_b$ ,  $C_b$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $a$ ,  $k_0$ ).

Ce paragraphe va s'attacher à proposer une procédure de calage permettant de définir à partir de trois essais classiques des ordres de grandeur pour ces 17 paramètres. Une attention particulière sera portée au comportement volumique en compression. Seule l'influence des constantes de plasticité est étudiée. Pour les paramètres d'endommagement, plus classiques, on se reportera aux travaux de Mazars (1984) pour plus d'informations. Les coefficients initiaux sont donnés dans le tableau 3.2.

Endommagement	Plasticité
$\sigma = (1 - D)\sigma'$ $\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i' \rangle_+^2}$ $g(\varepsilon^e, D) = \bar{D}(\varepsilon^e) - D$ <p>si <math>\varepsilon_{eq} \geq \varepsilon_{D0}</math></p> $\bar{D}(\varepsilon^e) = \alpha_i(\varepsilon^e)D_i(\varepsilon_{eq}) + \alpha_c(\varepsilon^e)D_c(\varepsilon_{eq})$ $D_{i,c} = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_{i,c})}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_{i,c}}{\exp[B_{i,c}(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{D0})]}$ $\alpha_{i,c} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i^{t,c} \rangle \langle \varepsilon_i' \rangle_+}{\varepsilon_{eq}^2} \right)^\beta$ <p>sinon <math>\bar{D} = 0</math></p> $g \leq 0, \quad \dot{D} \geq 0, \quad g\dot{D} = 0$	$F = \bar{\rho}^{-2} - \frac{\hat{k}(\bar{\xi}, k_h) \bar{\rho}_c^{-2}(\bar{\xi})}{r^2(\bar{\xi}, \theta)}$ $\bar{\xi} = \frac{\sigma_{ij}'}{\sqrt{3}r_c}, \quad \bar{\rho} = \frac{\sqrt{s_{ij}' s_{ji}'}}{r_c}, \quad \theta = \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3} s_{ij}' s_{jk}' s_{ki}'}{2 (s_{ij}' s_{ji}')^{3/2}}\right)$ $\hat{k} = k^{2p} \left(1 - \frac{\bar{\xi}^2}{\xi_h^2}\right), \quad \xi_h = \frac{a}{1-k}, \quad k = k_0 + (1-k_0)\sqrt{k_h(2-k_h)}$ $\bar{\rho}_c = \left(\frac{1}{6}\right)^\gamma \sqrt{\frac{2}{3}} (-n + \sqrt{n^2 - 12\sqrt{3}n\bar{\xi} + 36})^\gamma$ $n = 3\left(1 - \bar{f}_i^{\frac{2}{\gamma}}\right) / \left(\bar{f}_i + 2\bar{f}_i^{\frac{1}{\gamma}}\right), \quad \bar{f}_i = \frac{r_i}{r_c}$ $r = \frac{2d_0}{d_1 - \sqrt{d_1^2 - 4d_0d_2}}$ $d_0 = c_1 \cos^2 \theta - c_2 \sin^2 \theta + c_3 \sin \theta \cos \theta, \quad c_0 = \frac{(2 - \sqrt{3}B_1)(2B_0 - \sqrt{3}B_1)}{(B_1(1+B_0) - \sqrt{3}B_0)^2}$ $d_1 = 2(c_4\sqrt{3} \cos \theta - c_5 \sin \theta), \quad c_1 = 3 - c_0(1+B_0)^2$ $d_2 = B_0(4 - 3B_0c_0), \quad c_2 = 1 + 3c_0(1-B_0)^2$ $B_0 = \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}}, \quad c_3 = 2c_0\sqrt{3}(1-B_0^2)$ $B_1 = \frac{\sqrt{3}(1-\alpha)B_0}{1+B_0} + \frac{2\alpha B_0}{\sqrt{3}}, \quad c_4 = (1+B_0)(1-B_0c_0)$ $\bar{\rho}_e = \left(\frac{1}{3}\right)^\gamma \sqrt{\frac{2}{3}} (-n + \sqrt{n^2 - 3\sqrt{3}n\bar{\xi} + 9})^\gamma, \quad c_5 = (1-B_0)(1-3B_0c_0)$ $\dot{k}_h = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p}}{\zeta(\sigma)} \quad \text{si } k_h \leq 1$ $\dot{k}_h = 0 \quad \text{si } k_h = 1$ $\zeta = -A_h + \sqrt{A_h^2 - B_h\bar{\xi} + C_h} \quad \text{if } \bar{\xi} \leq 0$ $\zeta = -A_h + \sqrt{A_h^2 + C_h} \quad \text{if } \bar{\xi} > 0$

Tableau 3.1 : Rappel des équations du modèle élastique plastique endommageable

$E$ (Pa)	$\nu$	$Ac$	$At$	$Bc$	$Bt$	$\varepsilon_{D0}$			
$3.32 \cdot 10^{10}$	0.2	2.75	1.1	3500	15000	$1 \cdot 10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$p$	$Ah$	$Bh$	$Ch$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$120 \cdot 10^6$	$11 \cdot 10^6$	0.3	$7 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-1	0.1

Tableau 3.2 : Paramètres initiaux pour l'étude paramétrique du modèle de plasticité

### 3.1 Influence de $r_c$

Trois valeurs de  $r_c$  ont été testées avec le modèle de plasticité  $100 \cdot 10^6$ ,  $120 \cdot 10^6$ ,  $175 \cdot 10^6$ . Les résultats sont donnés dans la figure 3.5 en terme de courbes contrainte – déformations (axiale et volumique pour la compression, axiale pour la traction). La combinaison de la plasticité avec l'endommagement a pour conséquence de changer la signification de certains paramètres.

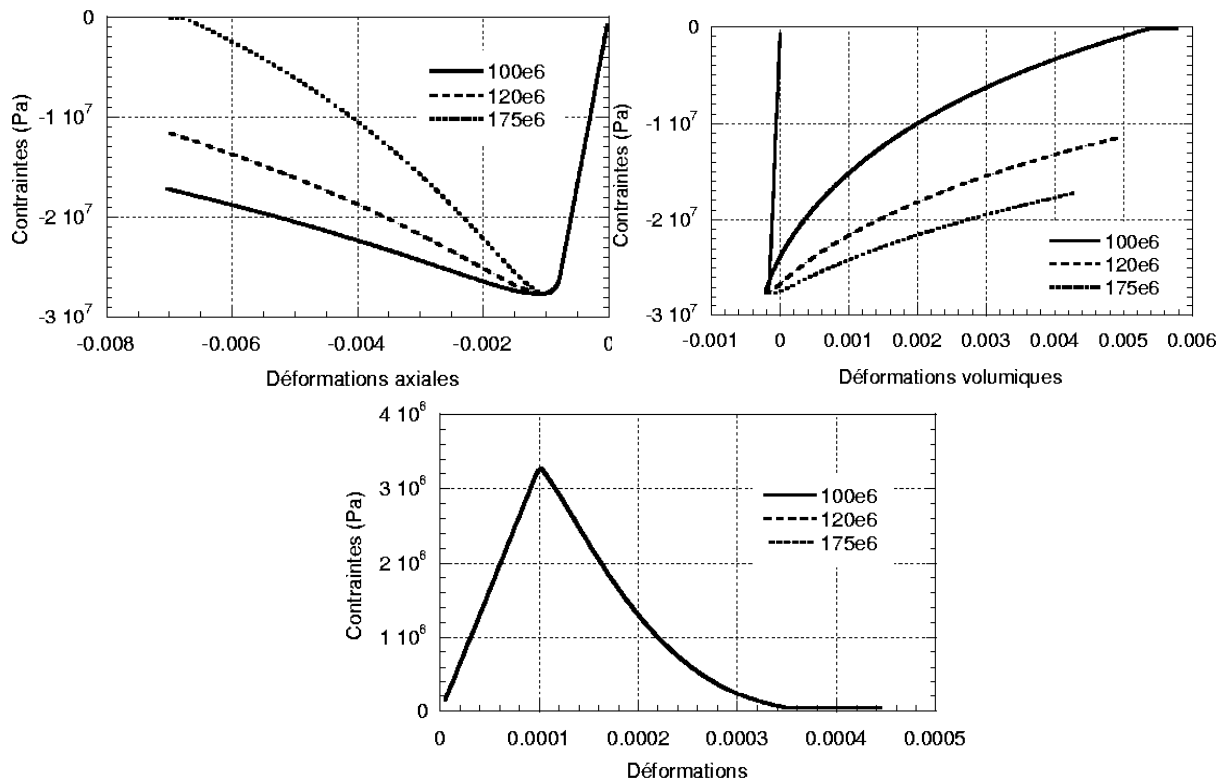


Figure 3.5 : Influence de  $r_c$  (compression, traction)

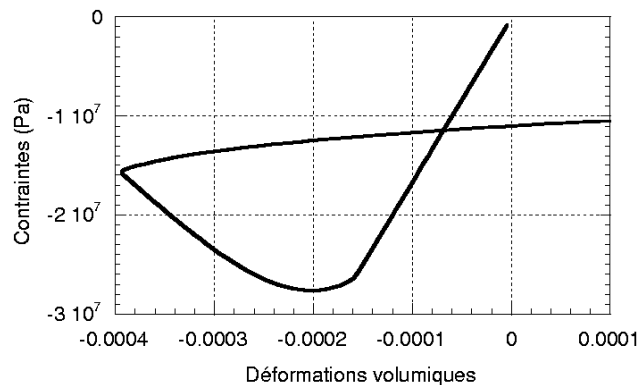


Figure 3.6 : Déformations volumiques en fonction de la contrainte axiale. Adoucissement avant le changement de comportement.  $r_c = 100 \cdot 10^6$ .

En particulier,  $r_c$  ne désigne plus la résistance en compression du béton (comme dans le chapitre 2) mais quantifie le maximum des contraintes effectives associé à la surface limite (plasticité parfaite).

En traction, ce paramètre n'a aucune influence sur le comportement du béton. En compression, plus la valeur est faible et plus le rôle de la plasticité est marqué (comportement plus ductile). En effet, en post-pic, la plasticité est responsable du « durcissement » du béton (écrouissage positif) tandis que l'endommagement crée l'adoucissement. Pour des valeurs trop faibles de  $r_c$ , la réponse volumique est incorrecte (figure 3.6). Celle-ci devient

adoucissante avant le changement de comportement volumique contractant vers dilatant, contrairement aux observations expérimentales.

### 3.2 Influence de $r_t$

Trois valeurs sont envisagées  $9 \cdot 10^6$ ,  $11 \cdot 10^6$  et  $15 \cdot 10^6$  (figure 3.7). Là encore, la définition du paramètre est modifiée. Il représente le maximum des contraintes effectives associé à la surface limite de plasticité en traction (plasticité parfaite). Pour ce chargement, il fixe donc le niveau de contraintes correspondant à l'asymptote finale.

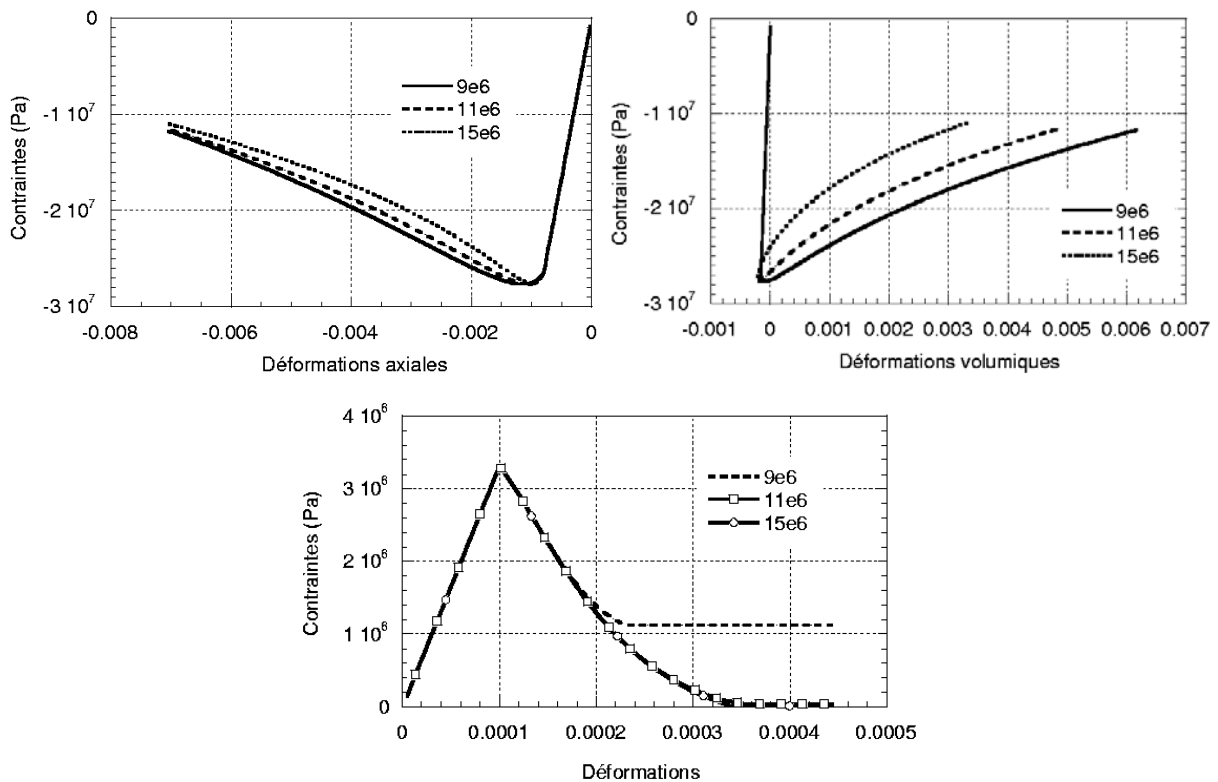


Figure 3.7 :Influence de  $r_t$  sur les réponses en compression et traction.

En effet, dès que le modèle atteint la surface limite (voir description de la surface seuil), la plasticité parfaite est obtenue, les déformations élastiques n'évoluent plus et l'endommagement prend une valeur constante. A ce stade, contraintes effectives, endommagement et contraintes réelles sont fixés. Le schéma de la figure 3.8 illustre le principe. Ainsi, plus  $r_t$  est grand, plus le seuil de plasticité parfaite est éloigné et plus l'endommagement « final » est élevé (égal à 1 pour une contrainte asymptotique de 0). En compression, plus la valeur de  $r_t$  est grande et plus l'endommagement domine. Néanmoins, pour des valeurs de  $r_t$  trop importantes, la réponse volumique devient incorrecte (même évolution mise en évidence dans la section 3.1)

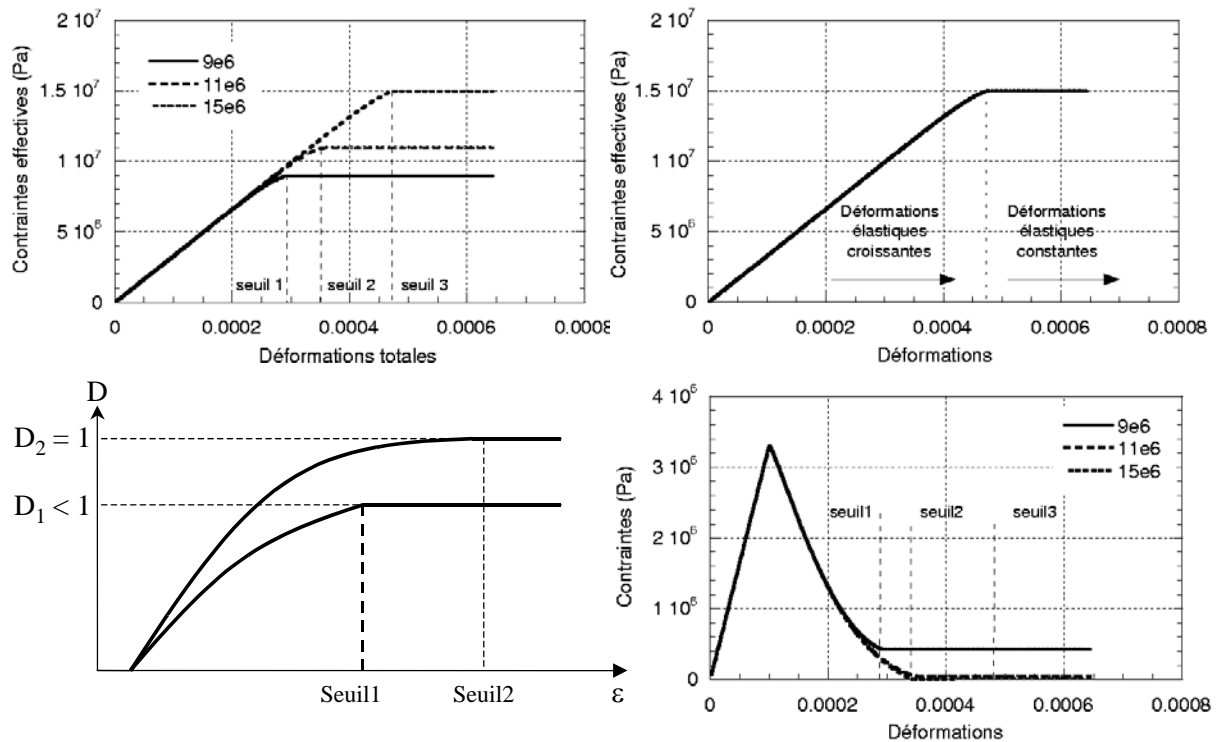


Figure 3.8 : Définition d'un seuil de plasticité parfaite en traction. Evolution de l'endommagement en fonction de la déformation totale. « seuil1, seuil2 et seuil3 » correspondent à des valeurs croissantes de  $r_i$ .

### 3.3 Influence de $p$

Trois valeurs de  $p$  sont étudiées 0.1, 0.3 et 0.6. Les résultats sont donnés dans la figure 3.9.

En traction,  $p$  n'a aucune influence sur le comportement du matériau (non représenté ici). En compression, plus  $p$  est petit et plus l'endommagement est dominant. Pour des valeurs trop petites, la réponse volumique est incorrecte. Le coefficient influence aussi sur la position du pic des contraintes.

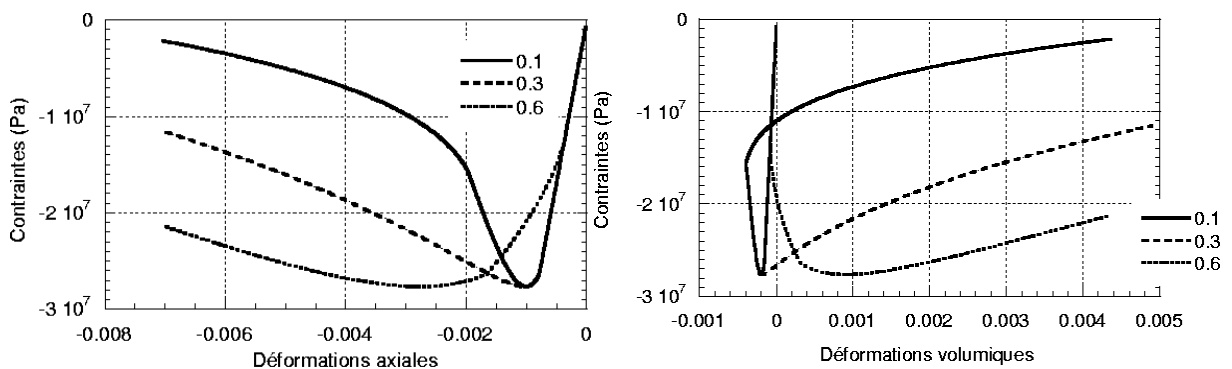


Figure 3.9: Influence de  $p$  en compression. Réponses axiale et volumique

### 3.4 Influence de $A_h$

Trois valeurs de  $A_h$  sont considérées  $7 \cdot 10^{-6}$ ,  $7 \cdot 10^{-5}$ ,  $7 \cdot 10^{-4}$  (non représenté ici). Ce paramètre n'a aucune influence sur le comportement en traction et en compression. En fait, Crouch et Tahar (2000) indiquent que le coefficient quantifie la déformation plastique équivalente au pic



de contraintes (« effectives » dans notre cas) en traction. Or, pour ce chargement et avec notre modèle, l'endommagement est déjà proche de 1 lorsque la surface limite de plasticité est atteinte (voir section 3.2). C'est pour cela que le paramètre  $n$  a que peu d'influence sur les réponses du matériau.

### 3.5 Influence de $B_h$

Trois valeurs ont été étudiées  $3 \cdot 10^{-3}$ ,  $3 \cdot 10^{-2}$ ,  $3 \cdot 10^{-1}$ . La figure 3.10 illustre les résultats.

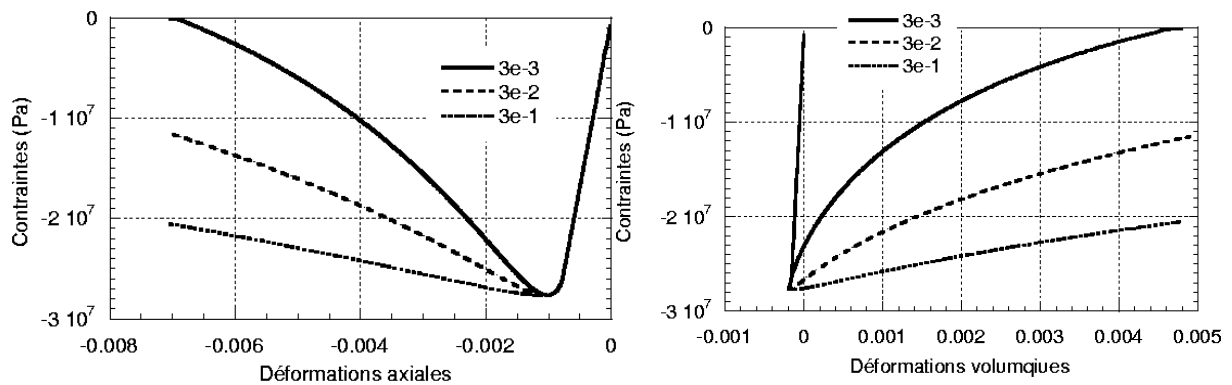


Figure 3.10 : Influence de  $B_h$ . Réponses axiale et volumique en compression.

En traction,  $B_h$  n'a aucune influence sur la réponse du matériau (non représenté ici). En compression, plus la valeur de  $B_h$  est grande et plus la plasticité joue un rôle significatif (comportement plus ductile). Néanmoins, pour des valeurs de  $B_h$  trop grandes, la réponse volumique devient incorrecte.

### 3.6 Influence de $C_h$

Deux valeurs de  $C_h$  sont considérées  $3 \cdot 10^{-6}$ ,  $3 \cdot 10^{-3}$ . Le coefficient n'a aucune influence sur les réponses en traction et en compression du matériau (non représenté ici). Le paramètre est en fait généralement utilisé pour calibrer l'évolution des déformations plastiques lors d'essais triaxiaux confinés. La figure 3.11 montre la courbe contraintes – déformations associée.

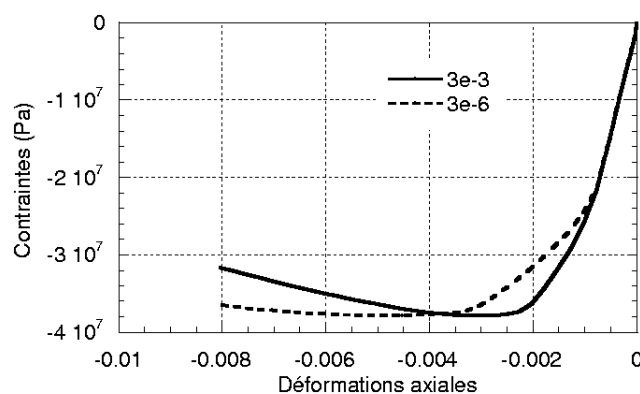


Figure 3.11 : Courbe contraintes – déformations pour un essai triaxial confiné. Influence de  $C_h$

Il s'agit d'un cylindre en béton soumis à un confinement de 1.5 MPa puis à une compression axiale. Tous les coefficients du modèle, hors  $C_h$ , restent constants pour les deux simulations.  $C_h$  influence sur la position du pic de contraintes et donc sur l'évolution des déformations plastiques

### 3.7 Influence de $\gamma$

Trois valeurs du coefficient ont été retenues 0.95, 0.99 et 1 (domaine de validité proposé par Crouch et Tahar (2000)). Les résultats sont donnés dans la figure 3.12. En traction,  $\gamma$  n'a pas d'influence sur la réponse du matériau. En compression, le coefficient a un effet très limité sur le comportement du béton. Une valeur de 0.99 sera donc retenue dans la suite.

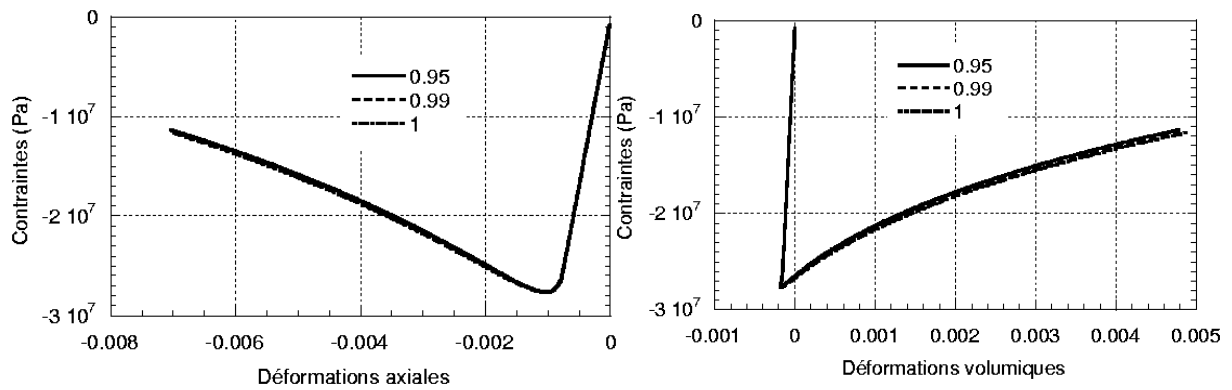


Figure 3.12 : Influence de  $\gamma$ . Réponses axiale et volumique en compression.

### 3.8 Influence de $\alpha$

Trois valeurs de  $\alpha$  sont étudiées 0.3, 0.5 et 0.7. Ce coefficient n'a pas d'influence sur les réponses en traction et en compression du matériau. Dans (Crouch et Tahar, 2000), le paramètre affecte le comportement biaxial du béton (non testé ici car en dehors des applications couramment rencontrées pour notre étude). Une valeur de 0.5 est ainsi préconisée.

### 3.9 Influence de $k_0$

Trois valeurs de  $k_0$  sont considérées 0.1, 0.2 et 0.3. Les résultats sont illustrés dans la figure 3.13. En traction, le paramètre n'a aucune influence sur la réponse du matériau. En compression, plus  $k_0$  est grand et plus l'endommagement est dominant. Néanmoins, dès que le coefficient est supérieur à 0.1, la réponse volumique n'est plus correcte. A partir de cette observation et conformément aux recommandations de Crouch et Tahar (2000), une valeur constante égale à 0.1 sera retenue.

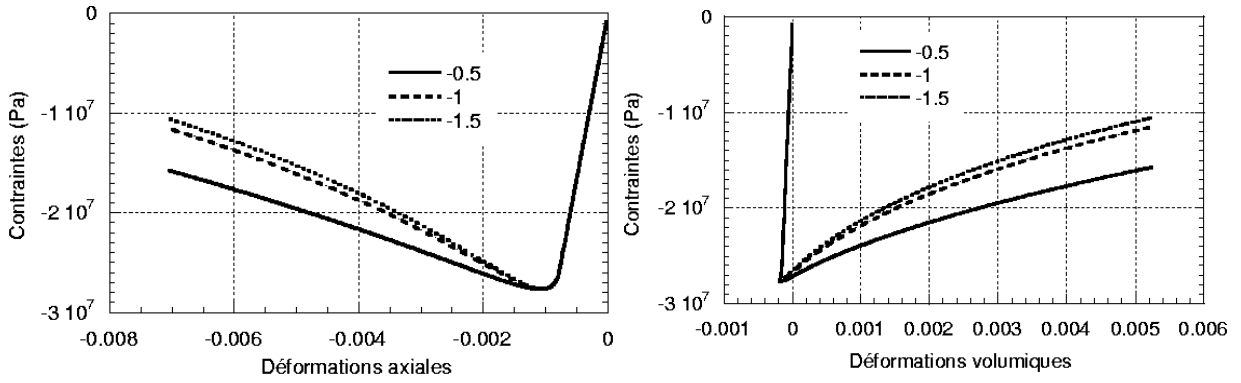


Figure 3.13 : Influence de  $k_0$ . Réponses axiale et volumique en compression

### 3.10 Influence de $a$

Trois valeurs ont été choisies pour  $a$   $-0.5$ ,  $-1$  et  $-1.5$ . Les résultats sont donnés dans la figure 3.14. En traction,  $a$  n'a aucune influence sur la réponse du matériau. En compression, plus  $a$  est petit et plus la plasticité joue un rôle majeur. De plus,  $a$  est directement lié au seuil d'apparition de la plasticité en compression hydrostatique (confinement). En effet, pour ce chargement où l'endommagement est constant égal à zéro (déformations de compression uniquement, voir définition du modèle), la plasticité apparaît dès que :

$$\bar{\xi} > \xi_h \quad (3.16)$$

c'est-à-dire :

$$\sigma_1 = \frac{ar_c}{\sqrt{3}(1-k_0)} \quad (3.17)$$

où  $\sigma_1$  est la contrainte hydrostatique appliquée.

Connaissant  $\sigma_1$  (donnée expérimentale),  $r_c$  (essai de compression simple) et  $k_0$  (fixé), on déduit la valeur de  $a$  par l'équation :

$$a = \frac{\sigma_1 \sqrt{3}(1-k_0)}{r_c} \quad (3.18)$$

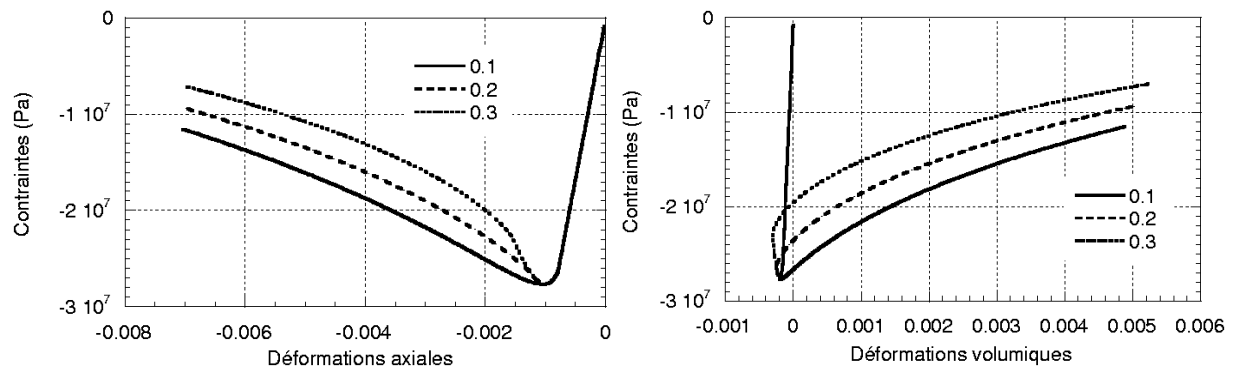


Figure 3.14 : Influence de  $a$ . Réponses axiale et volumique en compression

### 3.11 Conclusion – Procédure de calage des paramètres

A partir de cette étude paramétrique, plusieurs tendances apparaissent pour proposer une méthode de calage des paramètres du modèle de plasticité : un coefficient influence la réponse en traction ( $r_t$ ), trois coefficients influencent la réponse en compression ( $p$ ,  $r_c$ ,  $B_h$ ) et deux coefficients influencent la réponse en confinement ( $a$  et  $C_h$ ). On peut donc proposer une méthodologie de calage à partir de ces trois chargements.

Les constantes d'élasticité (le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ ) sont définies classiquement à partir des pentes initiales des courbes contraintes – déformations axiales (pour  $E$ ) et volumiques (pour  $\nu$ ).

En suivant les recommandations de Crouch et Tahar (2000) et à partir des résultats précédents, quatre paramètres prennent des valeurs constantes, 0.5 pour  $\alpha$ , 0.99 pour  $\gamma$ ,  $7 \cdot 10^{-5}$  pour  $A_h$  et 0.1 pour  $k_0$ .

A partir d'un essai de traction, les paramètres  $\varepsilon_{D0}$ ,  $A_t$ ,  $B_t$  pour l'endommagement et  $r_t$  pour la plasticité sont définis.  $\varepsilon_{D0}$  permet d'obtenir la position du pic de contraintes et  $B_t$  la forme de la courbe contrainte – déformations en post pic. Enfin,  $A_t$  et  $r_t$  sont calés à partir de l'asymptote finale (contrainte résiduelle, en général nulle pour du béton classique).  $r_t$  est définie parallèlement à l'essai de compression simple (courbe volumique satisfaisante) tandis que  $A_t$  est uniquement obtenu à partir de l'essai de traction.

Avec le chargement en compression cyclique, les coefficients  $A_c$ ,  $B_c$ ,  $p$ ,  $r_c$  et  $B_h$  sont déterminés. A partir de la courbe contrainte effective en fonction de  $\varepsilon^p$  (voir section 4.1.2 pour l'application concrète de la méthode), on définit les paramètres de plasticité :  $r_c$  (seuil de plasticité parfaite),  $p$  et  $B_h$  quantifient l'évolution des déformations plastiques. Puis, avec la courbe de l'endommagement en fonction de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$ , on cale les paramètres  $A_c$  (pour l'évolution finale) et  $B_c$  (pour le comportement post-pic). Le découplage entre les effets de l'endommagement et de la plasticité permet de simplifier la procédure d'identification des coefficients.

Enfin, à partir d'un essai hydrostatique (confinement),  $a$  et  $C_h$  sont définis.  $a$  est obtenu avec le seuil initial de plasticité (formule (3.18)) tandis que  $C_h$  influence l'évolution des déformations plastiques.

Ainsi, en utilisant trois chargements « classiques » (traction, compression cyclique et confinement hydrostatique), il est possible de proposer un jeu de paramètres complet du modèle élasto – endo – plastique pour reproduire le comportement du béton. Le principe est synthétisé dans le schéma de la figure 3.15.

Paramètres	Elasticité	Plasticité	Endommagement
Chargement			
Traction	Pentes initiales contraintes - déformations $E, \nu$	Asymptote finale $r_t$	Seuil d'endommagement $\varepsilon_{D0}$ Asymptote finale $A_t$ Post pic $B_t$
Compression	Pentes initiales contraintes - déformations $E, \nu$	Contrainte effective - déformations plastiques + déformation volumique $r_c, p, B_h$	Endommagement - déformation équivalente post - pic $B_c$ final $A_c$
Confinement	Pentes initiales contraintes - déformations $E, \nu$	Seuil de plasticité $A$ Evolution déformations plastiques $C_h$	
Constantes		$\alpha = 0.5 ; \gamma = 0.99$ $A_h = 7 \cdot 10^{-5} ; k_0 = 0.1$	

Figure 3.15 : Méthodologie de calage des paramètres du modèle élasto – endo – plastique à partir de trois essais élémentaires.

$E$ (Pa)	$\nu$	$A_t$	$B_t$	$A_c$	$B_c$	$\varepsilon_{D0}$			
$2.074 \cdot 10^{10}$	0.2	1	10000	2.75	2700	$10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$p$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$75 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6$	0.3	$7 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-1	0.1

Tableau 3.3 : Paramètres du modèle. Essai qualitatif de traction – compression

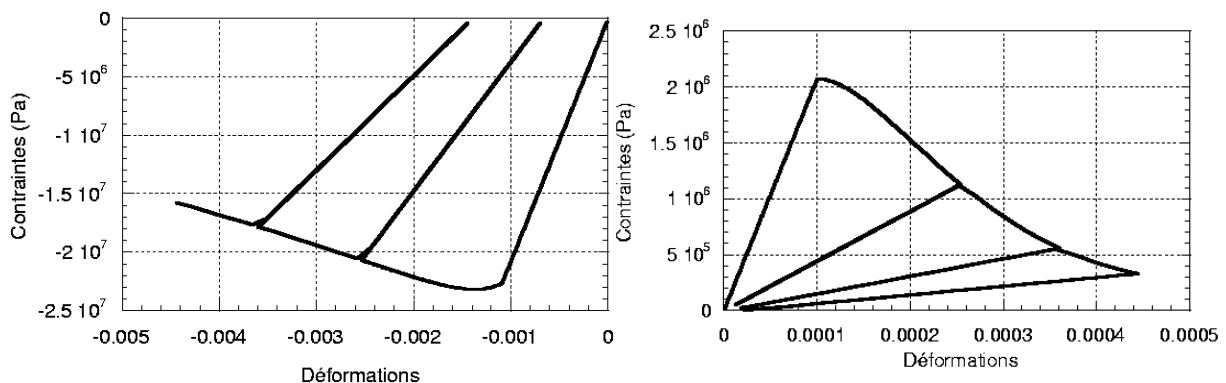


Figure 3.16 : Réponse du modèle pour un essai de compression et de traction pour un jeu de paramètres

La réponse de la loi de comportement complète avec un seul jeu de coefficients (tableau 3.3) pour un essai de compression et de traction et pour un béton modèle, est illustrée dans la

figure 3.16. Le comportement est dissymétrique. En particulier, la résistance en compression du béton est dix fois supérieure à sa résistance en traction.

#### 4 Validation – Essais élémentaires et structurels

La relation élastique plastique endommageable va à présent être testée et comparée à des résultats expérimentaux. L'objectif est double : vérifier la capacité du modèle à reproduire des essais classiques et mettre en évidence les améliorations apportées par l'introduction de la plasticité dans la loi d'endommagement.

##### 4.1 Essais élémentaires

###### 4.1.1 Essai de traction

L'essai de traction présenté dans ce paragraphe est identique à celui décrit dans la section 2.2.1 du chapitre 1. Les paramètres choisis pour la simulation sont donnés dans le tableau 3.4. Les constantes d'endommagement ( $\varepsilon_{D0}$ ,  $A_c$ ,  $A_t$ ,  $B_c$  et  $B_t$ ) sont différentes de celles utilisées avec le modèle d'endommagement seul, afin de prendre en compte l'influence de la plasticité. La réponse est donnée dans la figure 3.17 (a).

Le modèle est capable de reproduire la position du pic de contraintes (déformations et amplitude). Le comportement post-pic est aussi correctement simulé, même si résultats expérimentaux et numériques ne sont pas exactement identiques. Il est à noter que la plasticité ne joue un rôle que pour des déformations de l'ordre de 0.0003 (figure 3.17 (b)).

$E$ (GPa)		$\nu$	$A_c$		$A_t$	$B_c$		$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
31.25		0.2	2.75		1.1	2470		13000	$11 \cdot 10^{-5}$
$r_c$	$r_t$	$\gamma$	$p$	$a$	$k_0$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\alpha$
$120 \cdot 10^6$	$11 \cdot 10^6$	0.99	0.4	-1	0.1	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.5

Tableau 3.4 : Paramètres du modèle pour l'essai de traction.

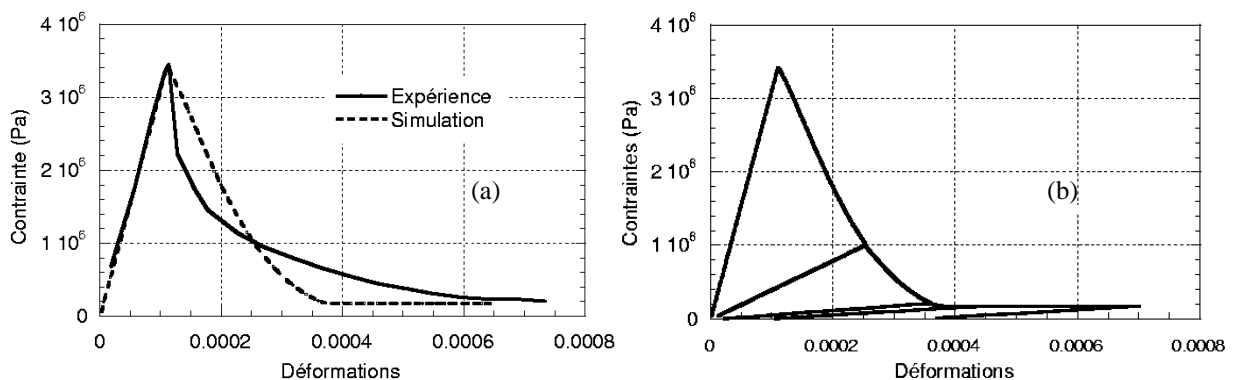


Figure 3.17 : Essai de traction simple. Modèle d'endommagement et de plasticité (a). Mise en évidence des déformations irréversibles simulées (b)

Le matériau s'endommage après le pic de contraintes puis « plastifie » lorsque les déformations sont suffisamment grandes. L'endommagement reste donc le phénomène dominant lors de l'essai de traction. En conclusion, comme dans le cas de la loi de comportement isotrope, ce modèle permet de modéliser un essai simple de traction uniaxiale.

#### 4.1.2 Compression cyclique

La seconde application élémentaire utilisée pour valider le modèle est un essai de compression cyclique. Les résultats expérimentaux sont issus de (Sinha et al, 1964). La figure 3.18 illustre la réponse du modèle isotrope, sans effet de plasticité. Les paramètres associés au test sont présentés dans le tableau 3.5.

$E$ (GPa)	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
20.74	0.2	1.5	1	1550	8000	$8 \cdot 10^{-5}$

Tableau 3.5 : Paramètres du modèle d'endommagement seul. Essai de compression cyclique

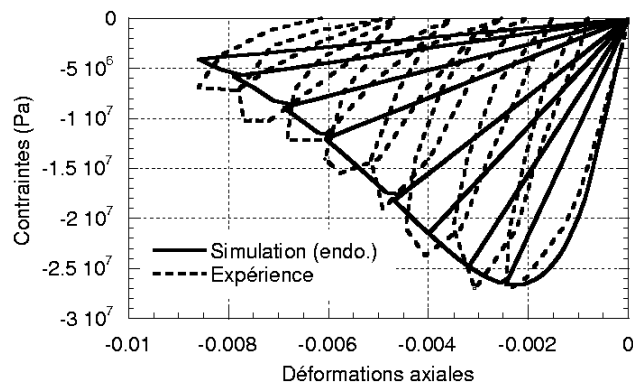


Figure 3.18 : Essai de compression cyclique. Modèle d'endommagement.

Comme dans le chapitre 1, avec ce modèle, une contrainte nulle correspond à une déformation nulle. Aucun effet irréversible n'est simulé. La pente de déchargement passe par l'origine.

La figure 3.19 montre la courbe contraintes – déformations obtenue avec la loi de comportement complète (plasticité et endommagement). Les coefficients choisis pour la simulation sont donnés dans le tableau 3.6. L'endommagement produit l'adoucissement tandis que la plasticité est responsable du développement des déformations irréversibles. Les pentes de déchargement expérimentales et numériques sont identiques, contrairement à ce qui était obtenu avec le modèle d'endommagement seul.

$E$ (GPa)	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$			
20.74	0.2	2.75	1	2470	15000	$10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$\gamma$	$p$	$a$	$k_0$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\alpha$
$120 \cdot 10^6$	$10 \cdot 10^6$	0.99	0.4	-1	0.1	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.5

Tableau 3.6 : Paramètres du modèle d'endommagement et de plasticité. Essai de compression cyclique.

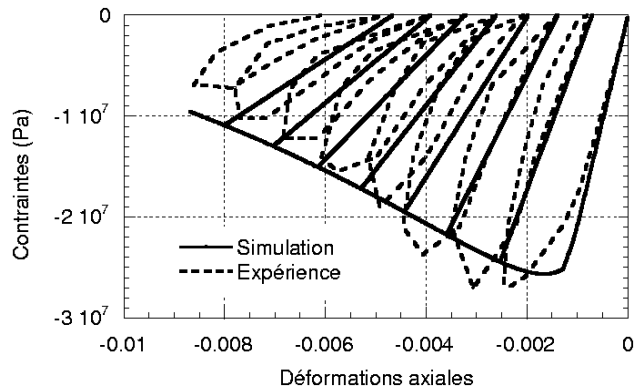


Figure 3.19 : Essai de compression cyclique. Modèle complet.

Les figures 3.20 et 3.21 illustrent les différences en terme de réponse volumique. Avec le modèle du chapitre 1, les déformations volumiques restent négatives. Au contraire, l'introduction de la plasticité génère un changement de comportement, contractant vers dilatant, observé expérimentalement (Sfer et *al*, 2002 par exemple)

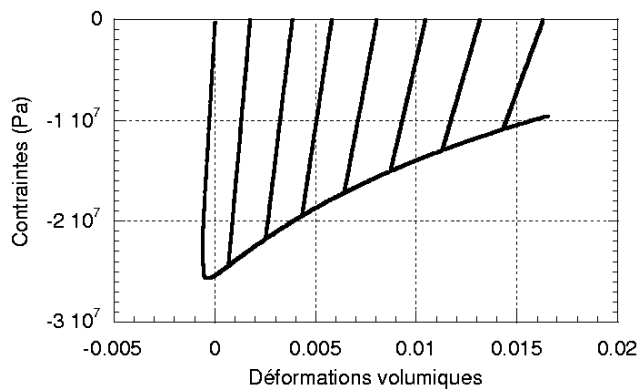


Figure 3.20 : Déformations volumiques. Essai de compression cyclique. Modèle complet

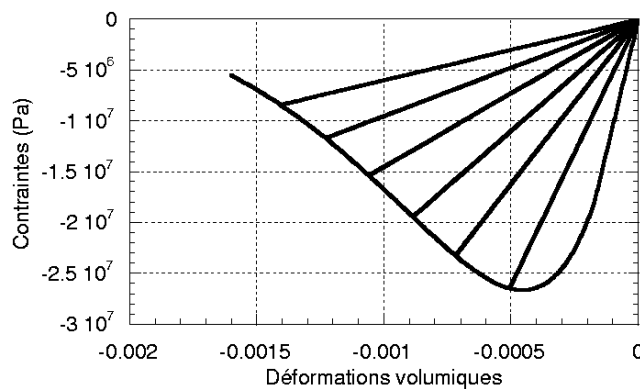


Figure 3.21 : Déformations volumiques. Modèle d'endommagement seul.

Cet essai permet également d'appliquer la méthode de calage présentée dans le paragraphe précédent. La plasticité et l'endommagement sont ainsi traités de manière découplée. A partir de la courbe de la contrainte effective en fonction de  $\varepsilon^p$ , on définit les paramètres de



plasticité. Puis, avec la courbe de  $D$  en fonction de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$ , on cale les constantes d'endommagement. Expérimentalement, ces caractéristiques sont définies aux points de déchargement. Connaissant la déformation appliquée et la déformation plastique (déformation à contrainte nulle), on déduit la composante élastique et la contrainte effective :

$$\begin{aligned}\varepsilon^e &= \varepsilon - \varepsilon^p \\ \sigma' &= E\varepsilon^e\end{aligned}\tag{3.19}$$

L'endommagement est ensuite obtenu à partir de la pente de déchargement :

$$D = 1 - \frac{\sigma}{\sigma'}\tag{3.20}$$

La déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  est donnée par (compression simple) :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{2\nu} |\varepsilon_1^e|\tag{3.21}$$

La figure 3.22 illustre le résultat du calage.

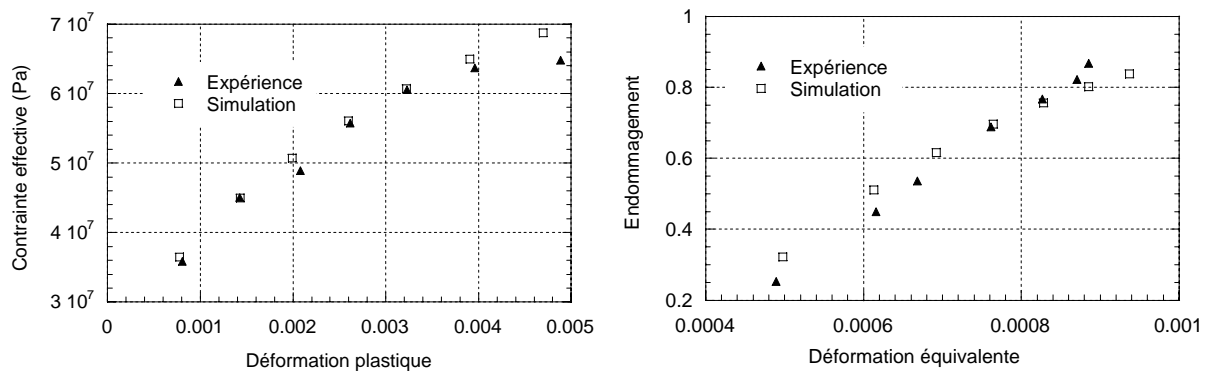


Figure 3.22 : Calage de la loi de comportement. Plasticité et endommagement.

Deux conclusions peuvent être tirées de l'essai de compression cyclique:

- Le modèle est capable de simuler les déformations irréversibles en cas de déchargement et de proposer une pente (et donc un endommagement) correcte par rapport à l'expérience. De plus, il reste fidèle au comportement caractéristique du béton : élasticité linéaire et non linéarité à écrouissage positif puis négatif.
- Le comportement volumique est reproduit avec un passage de contractant vers dilatant caractéristique de l'effet de plasticité, contrairement à ce qui est obtenu avec le modèle d'endommagement seul. Le volume de l'éprouvette diminue puis augmente avec le chargement.

### 4.1.3 Essai triaxial confiné

Pour évaluer la capacité de la loi à reproduire un essai triaxial après confinement, le test décrit dans la section 2.2.3. du chapitre 1 est utilisé. Les paramètres choisis (tableau 3.7) sont calés à partir de la réponse en compression simple, de l'essai à  $P = 1.5$  MPa ( $C_h$ ) et de celui à  $P = 30$  MPa (seuil d'apparition de la plasticité en confinement  $a$ ). La figure 3.23 illustre les résultats obtenus avec la loi constitutive pour de « faibles » pressions de confinement (0, 1.5, 4.5 et 9 MPa). Les simulations pour  $P = 30$  et 60 MPa sont données dans la figure 3.24.

Pour les faibles pressions de confinement, essai expérimental et simulation numérique donnent des résultats satisfaisants. Hormis pour la pression de 1.5 MPa, la position du maximum des contraintes est reproduite en amplitude et en déformations. L'évolution globale est aussi correcte : plus la pression hydrostatique appliquée est grande et plus la déformation au pic est importante.

$E$ (GPa)		$\nu$		$A_c$		$A_t$		$B_c$		$B_t$		$\varepsilon_{D0}$	
27.3		0.2		2.75		1.1		2600		15000		$110^{-4}$	
$r_c$	$r_t$	$\gamma$		$p$	$a$	$k_0$		$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\alpha$		
85 e6	9 e6	0.99		0.4	-0.5	0.1		7 e-4	3 e-3	3 e-6	0.5		

Tableau 3.7 : Essai triaxial confiné. Paramètres du modèle.

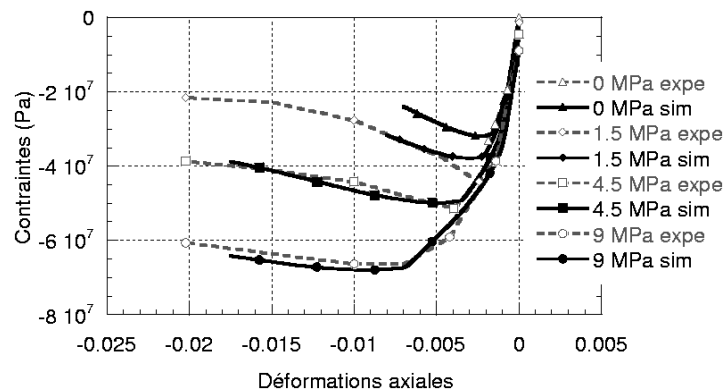


Figure 3.23 : Essai triaxial confiné. Déformations axiales pour les faibles pressions de confinement.

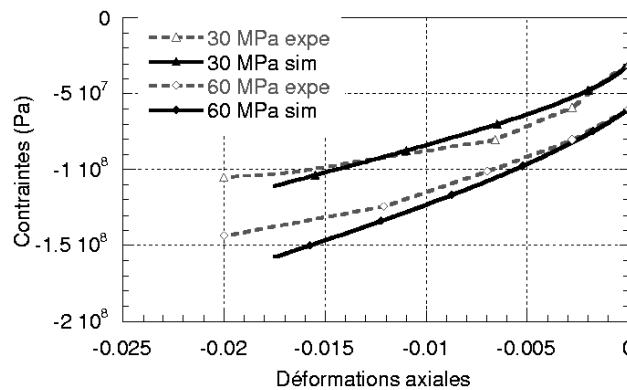


Figure 3.24 : Essai triaxial confiné. Déformations axiales pour les fortes pressions de confinement.

Le comportement post-pic est correctement modélisé, la phase adoucissante étant de moins en moins marquée au fur et à mesure que le confinement augmente. En conclusion, plus la contrainte initiale est forte, plus l'endommagement joue un rôle mineur et plus la plasticité est dominante. La transition fragile – ductile est donc simulée. Pour les pressions de 30 et 60 MPa, la loi de comportement donne là encore des résultats tout à fait acceptables : la perte de rigidité initiale, observée expérimentalement après la phase hydrostatique, est reproduite par le modèle.

Pour souligner les améliorations apportées, la figure 3.25 présente, pour 30 et 60 MPa, une comparaison entre les réponses données par la loi du chapitre 1 et par celle utilisée ici. L'endommagement seul ne peut reproduire la diminution de pente initiale pour les fortes pressions de confinement. Dès que celle-ci prend des valeurs trop grandes, le modèle propose une surestimation des contraintes dans le béton (due à la définition de la déformation équivalente, voir section 2.2.3. du chapitre 1). Pour illustrer cette différence, la figure 3.26 donne les courbes contraintes – déformations pendant l'application de la pression hydrostatique. La loi élastique endommageable propose une évolution linéaire alors que des non linéarités apparaissent avec la formulation plastique.

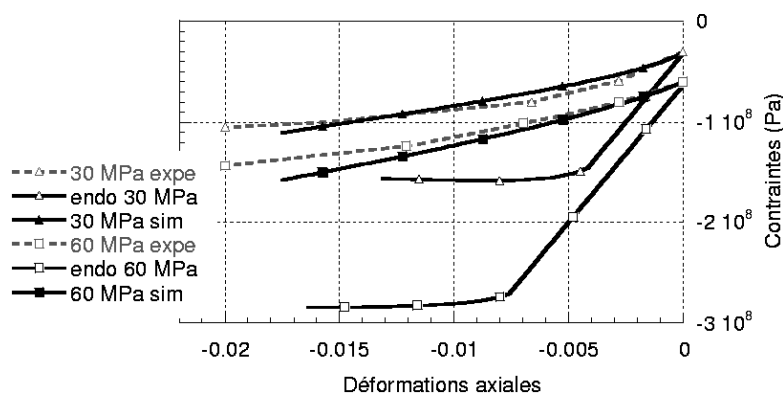


Figure 3.25 : Essai triaxial confiné. Effet de la plasticité sur la réponse constitutive.

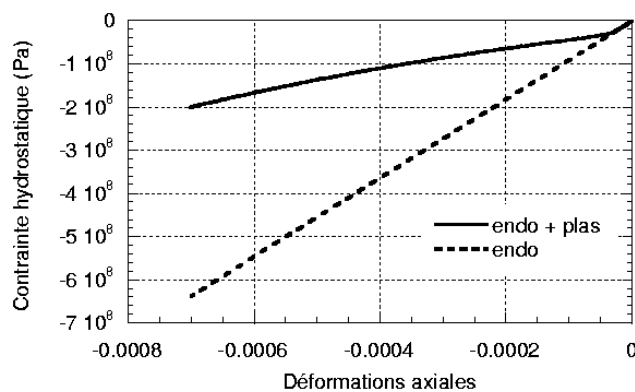


Figure 3.26 : Mise en pression hydrostatique. Comparaison des modèles élasto endommageable et élasto plasto endommageable.

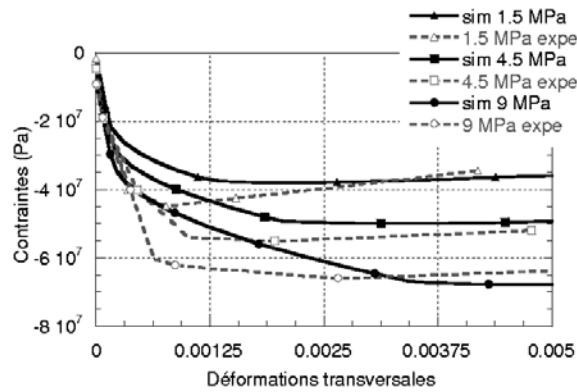


Figure 3.27 : Essai triaxial confiné. Déformations transversales

La figure 3.27 montre l'évolution des déformations transversales et une comparaison avec l'expérience pour les faibles pressions de confinement en utilisant la formulation complète. Même si les déformations sont sous estimées par la simulation dans la première partie du chargement, celles – ci restent globalement correctes.

#### 4.2 Applications structurelles

Afin de compléter les tests de validation élémentaires présentés dans le paragraphe précédent, des applications structurelles vont à présent être étudiées pour évaluer la capacité du modèle à simuler des chargements plus complexes.

##### 4.2.1 Flexion trois points sur poutre entaillée.

On considère la poutre entaillée présentée dans le chapitre 1. Une demi poutre est maillée avec 99 éléments cubiques à 8 nœuds. La figure 3.28 propose une comparaison entre le modèle d'endommagement (formulation locale) et la loi élastique plastique endommageable à partir de la courbe force – déplacement. Les paramètres utilisés pour les deux simulations sont donnés dans les tableaux 3.8 et 3.9.

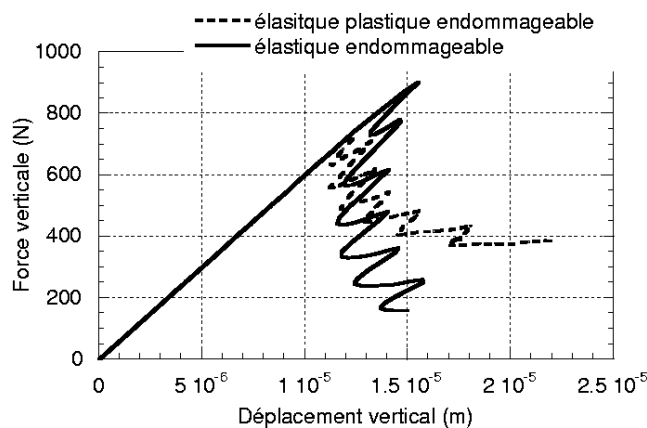


Figure 3.28 : Poutre entaillée. Comparaison des deux approches. Courbe force – déplacement.

$E (Pa)$	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
$3.85 \cdot 10^{10}$	0.2	2.75	1.	2700	14000	$0.7 \cdot 10^{-4}$

Tableau 3.8 : Paramètres de la loi d'endommagement. Poutre en béton entaillée

$E (Pa)$	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$			
$3.85 \cdot 10^{10}$	0.2	2.75	1.1	2470	18000	$0.7 \cdot 10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$p$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$120 \cdot 10^6$	$11 \cdot 10^6$	0.4	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-1	0.1

Tableau 3.9 : Paramètres de la loi élasto endo plastique. Poutre en béton entaillée.

La figure 3.29 illustre les distributions de l'endommagement  $D$  et de la variable d'écroutissage plastique  $k_h$  dans la demi – poutre, obtenues avec la formulation complète.

Pour les applications à traction dominante, les deux modèles donnent des résultats très similaires. L'introduction de la plasticité ne perturbe donc pas le comportement global de la structure. L'endommagement suit le mode de rupture classique des poutres entaillées, de l'entaille vers le point d'application de la charge. Comme pour le test de traction simple, la plasticité ne se développe que lorsque l'endommagement a atteint une valeur significative proche de 1.

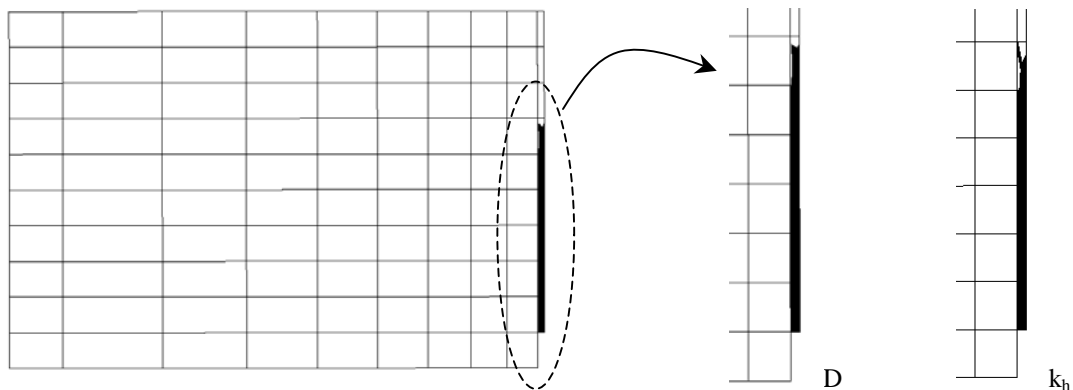


Figure 3.29 : Poutre entaillée. Répartition des variables d'endommagement et d'écroutissage plastique. Les zones noires correspondent aux zones à  $D$  et  $k_h$  égaux à 1.

Les simulations présentées ici sont locales. C'est pour cette raison que les résultats obtenus diffèrent de ceux du chapitre 1. En particulier, l'importance d'une technique de régularisation pour ce type d'applications est soulignée. La présence de snap backs, qui correspondent à la progression de l'endommagement d'un élément à un autre le long de l'axe de symétrie, et la dépendance marquée au maillage ne peuvent donner que des informations qualitatives sur le comportement de la poutre. A partir des résultats obtenus, on montre que la plasticité ne perturbe pas le mode de rupture de la structure et donne donc des résultats qualitativement corrects.

#### 4.2.2 Poutre en béton armé

La poutre en béton armé du chapitre 1 est à présent étudiée. Les caractéristiques de la structure ainsi que le schéma des sollicitations appliquées sont donnés dans la section 2.2.4 du chapitre 1. Les coefficients choisis pour cette simulation sont fournis dans le tableau 3.10. Le maillage comprend 1150 éléments cubiques à 8 nœuds pour un quart de poutre. La figure 3.30 présente la courbe force – déplacement obtenue avec la formulation complète. La figure 3.31 illustre la répartition de l'endommagement et de la variable d'écrouissage plastique pour différents pas de chargement.

$E$ (Pa)		$\nu$	$A_c$		$A_t$	$B_c$		$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
$2 \cdot 10^{10}$		0.2	2.75		1	2470		13000	$1 \cdot 10^{-4}$
$r_c$	$r_t$	$p$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$120 \cdot 10^6$	$11 \cdot 10^6$	0.4	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-1	0.1

Tableau 3.10 : Paramètres pour le modèle élasto-plasto endommageable. Poutre en béton armé.

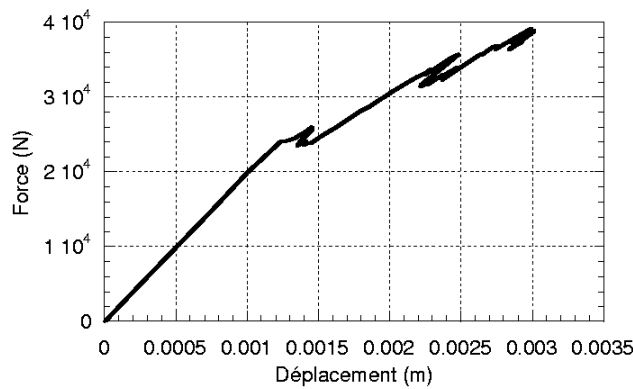


Figure 3.30 : Courbe force – déplacement. Poutre en béton armé

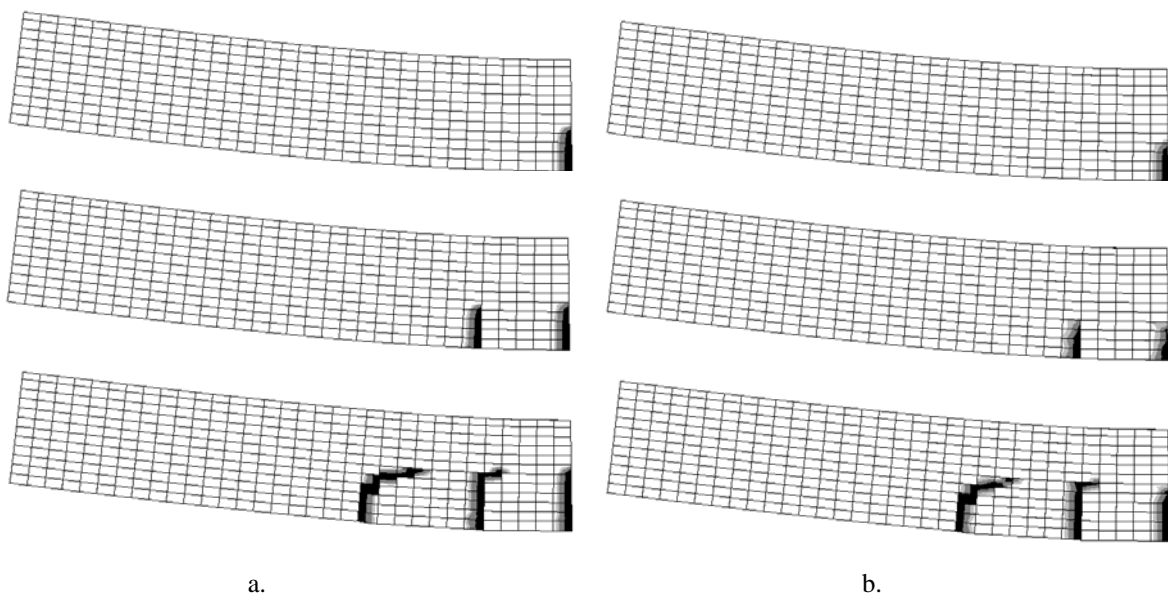


Figure 3.31 : Distribution de l'endommagement (a) et de la variable d'écrouissage (b) dans la poutre en béton armé. Formation de bandes localisées. Les zones noires correspondent à des zones à  $D = 1$  et  $k_h = 1$ .

Les conclusions sont identiques à celles de la poutre entaillée. La simulation, locale, affiche des snap backs qui correspondent au développement de nouvelles zones endommagées. Concernant le mode de rupture, une bande de localisation principale apparaît au centre de la poutre, suivie de bandes secondaires caractéristiques du rôle joué par l'acier dans le béton. Ainsi, cette distribution de l'endommagement illustre la formation de fissures dans une poutre armée et est en accord, au moins qualitativement, avec les observations expérimentales. En conclusion, pour les applications à traction dominante, le modèle est capable de reproduire correctement le mode de rupture d'éléments renforcés.

Recourir aux techniques de régularisation pour les structures qui nous intéressent (Volume Structurel Représentatif par exemple) est actuellement impossible numériquement (voir conclusions du chapitre 1). L'adaptation de la méthode non locale gradient à notre relation ne sera donc pas étudiée ici. Néanmoins, on peut poser, au moins théoriquement, les équations qui gouverneraient cette approche. La régularisation s'appliquerait au modèle d'endommagement seul (partie responsable de l'adoucissement et donc de la localisation des variables) (Addessi et *al*, 2002 ou de Borst et *al*, 1999 par exemple). Compte tenu de l'expression de  $D$ , fonction explicite de la déformation élastique, et des remarques précédentes, une régularisation de  $\varepsilon^e$  pourrait être envisagée :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}^e &= \bar{\varepsilon}_{ij}^e - c \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{ij}^e \\ \nabla_{\varepsilon} \bar{\varepsilon} \cdot \vec{n} &= 0 \\ D &= D(\bar{\varepsilon})\end{aligned}\tag{3.22}$$

Cette première tentative ne sera pas développée. Elle constitue une des perspectives de notre travail.

#### 4.2.3 Essai de confinement passif

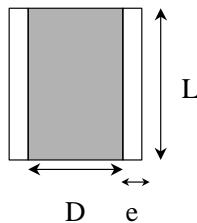
Les structures composites sont de plus en plus souvent utilisées dans la construction et les ouvrages de génie civil, particulièrement en zones sismiques. Par exemple, les tubes en acier remplis de béton (CFT pour « concrete filled tube ») présentent des caractéristiques particulièrement intéressantes (ductilité, amélioration de la résistance...) : le béton augmente l'inertie du tube tandis que le tube crée un confinement passif (Lu et Chen, 2002). Plusieurs études ont été récemment menées sur le sujet (Giakoumelis et Lam, 2003, Kwon et Spacone, 2002 par exemple).

Pour souligner l'intérêt du modèle élasto-endo-plastique, le comportement d'un CFT va à présent être étudié. Les dimensions, ainsi que les propriétés mécaniques, expérimentalement

relevées sur des échantillons non gainés (éprouvette de béton seul ou tube d'acier vide) (Susantha et al, 2001) sont listées dans le tableau 3.11. Le contact entre l'acier et le béton est supposé parfait. Avec la résistance en compression  $f'_c$  considérée ici, Giakoumelis et Lam (2003) ont montré, à partir de cylindres graissés et non graissés, que la condition d'interface n'avait que très peu d'influence sur le comportement global de la structure composite.

Un déplacement vertical est appliqué à la fois sur l'acier et sur le béton. Deux simulations sont proposées, la première utilisant la relation élastique plastique endommageable (tableau 3.12) et la seconde le modèle d'endommagement du chapitre 1 (tableau 3.13). Le comportement du tube d'acier suit la loi de Von Mises avec  $\sigma_e = 279.9$  MPa et  $E_t = 2500$  MPa pour le module tangent après plastification.

Un quart du cylindre est maillé avec 99 éléments cubiques à 8 nœuds.



Geometrie (mm)			Acier Propriétés		Béton Propriétés	
D	e	L	$E_s$ (Pa)	$\sigma_e$ (MPa)	E (Pa)	$f'_c$ (MPa)
150	4	450	$21 \cdot 10^{10}$	279.9	$2.18 \cdot 10^{10}$	22

Tableau 3.11 : Géométrie et caractéristiques mécaniques de la colonne acier + béton

$E$ (Pa)	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$			
$2.18 \cdot 10^{10}$	0.2	2.3	1.1	2700	15000	$0.95 \cdot 10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$p$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$85 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6$	0.3	$7 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-0.5	0.1

Tableau 3.12 : Paramètres pour le CFT. Loi élasto endo plastique

$E$ (Pa)	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$
$2.18 \cdot 10^{10}$	0.2	1.15	0.8	1391	10000	$0.95 \cdot 10^{-4}$

Tableau 3.13 : Paramètres pour le CFT. Loi élasto – endommageable

Les figures 3.32 proposent une comparaison entre les simulations et l'expérience. Avec la relation prenant en compte la plasticité du matériau, la force obtenue pour une déformation donnée est en accord avec l'expérience. Au contraire, ne considérer que l'endommagement conduit à une sous estimation du comportement global de la structure avec l'apparition d'une branche adoucissante non observée expérimentalement. Dans les deux cas, la phase élastique n'est pas parfaitement reproduite (figure 3.32 (a)), comme dans les simulations proposées par Susantha et al (2001). Ceci peut être en partie expliqué par des différences expérimentales entre les propriétés mécaniques mesurées sur des échantillons gainés et non gainés (retrait empêché ou hydratation incomplète du béton par exemple, Kwon et Spacone, 2002).



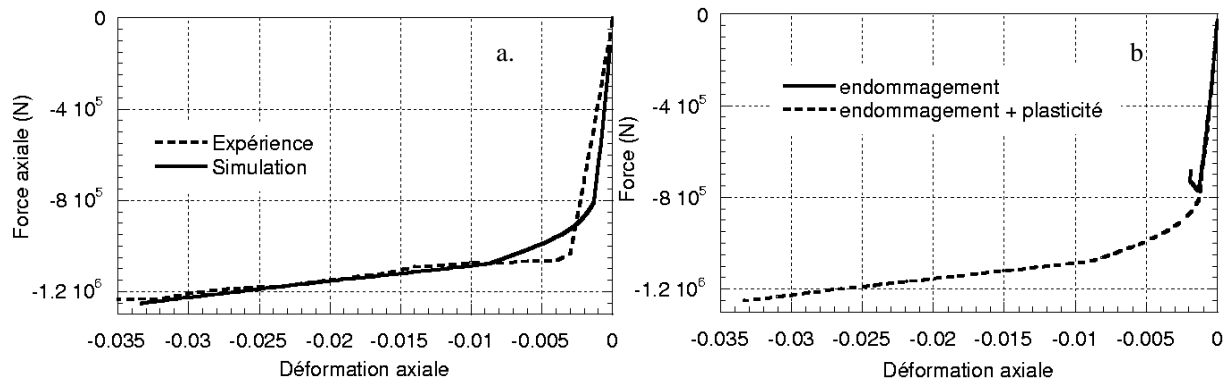


Figure 3.32 : Simulation du comportement d'un CFT. (a) Evolution de la force axiale en fonction des déformations axiales. Comparaison entre l'approche élasto - endo - plastique et l'expérience (b) Comparaison entre les deux approches numériques.

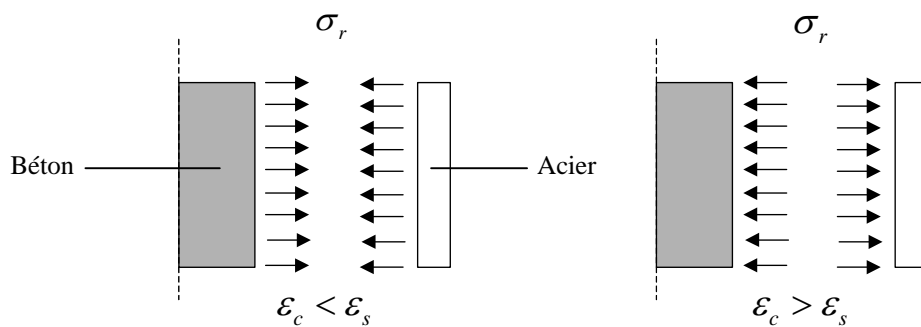


Figure 3.33 : Evolution de la pression radiale en fonction des déformations transversales dans l'acier  $\epsilon_s$  et le béton  $\epsilon_c$

Expérimentalement (Susantha et *al*, 2001), au début du chargement, aucun effet de confinement n'est observé. Les déformations transversales dans le béton sont plus faibles que dans l'acier, à cause d'une différence dans les coefficients de Poisson (0.2 contre 0.3). Le béton est donc soumis à de la traction transversale si l'hypothèse d'adhérence parfaite est retenue (figure 3.33). Lorsque la charge appliquée augmente, la plasticité est responsable d'une modification du coefficient de Poisson apparent du béton. L'expansion latérale du matériau devient progressivement plus grande que celle du tube d'acier. Une pression radiale se développe à l'interface et un effet de confinement apparaît (confinement dit « passif ») (figure 3.33). L'évolution de la contrainte radiale en fonction de la déformation axiale est donnée dans la figure 3.34a (modèle complet). La figure 3.34b illustre l'évolution des déformations transversales dans le béton  $\epsilon_c$  et dans l'acier  $\epsilon_s$ . Comme observé expérimentalement, le béton est d'abord soumis à des contraintes radiales de traction puis de compression. Le changement dans le signe de la charge appliquée apparaît dès que  $\epsilon_c$  devient plus grand que  $\epsilon_s$ .

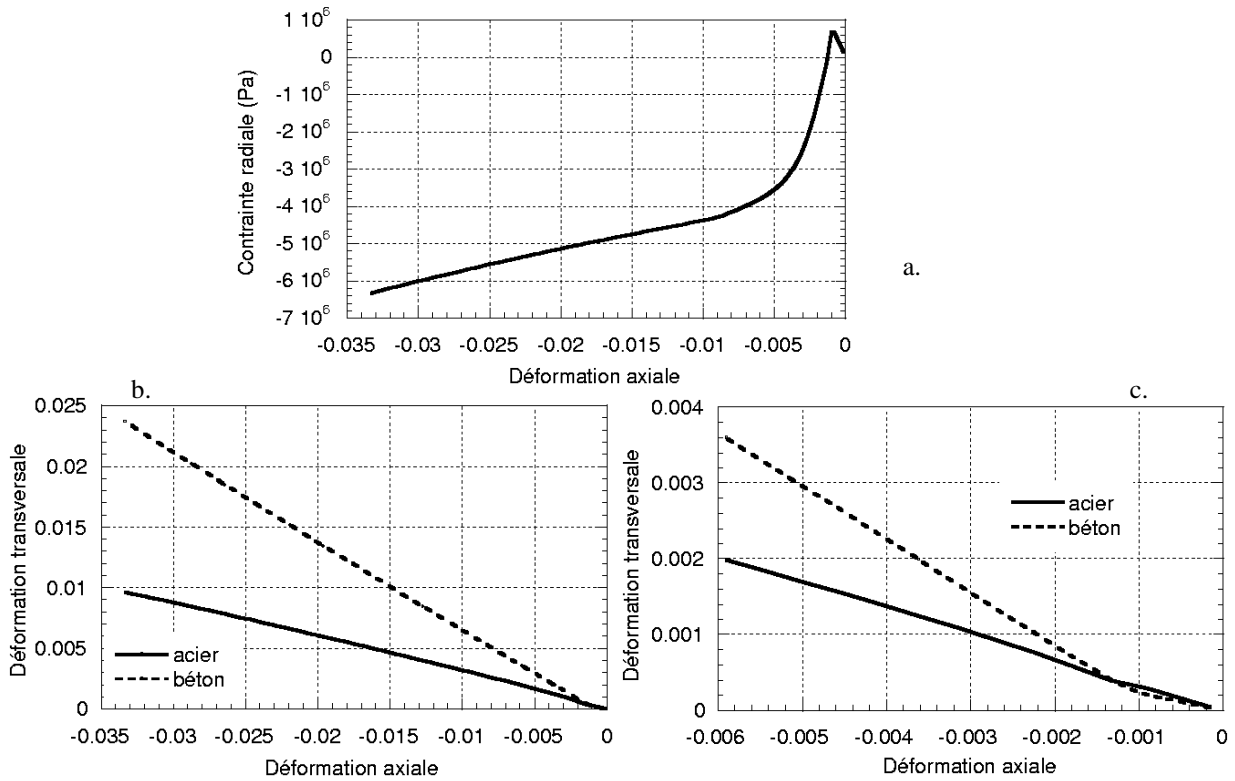


Figure 3.34 : Comportement radial avec la relation élasto plastique. (a) Evolution de la contrainte transversale dans le béton en fonction de la déformation axiale, (b) Evolution des déformations radiales dans l'acier et dans le béton en fonction de la déformation axiale, (c) Zoom sur la première partie de la courbe b.

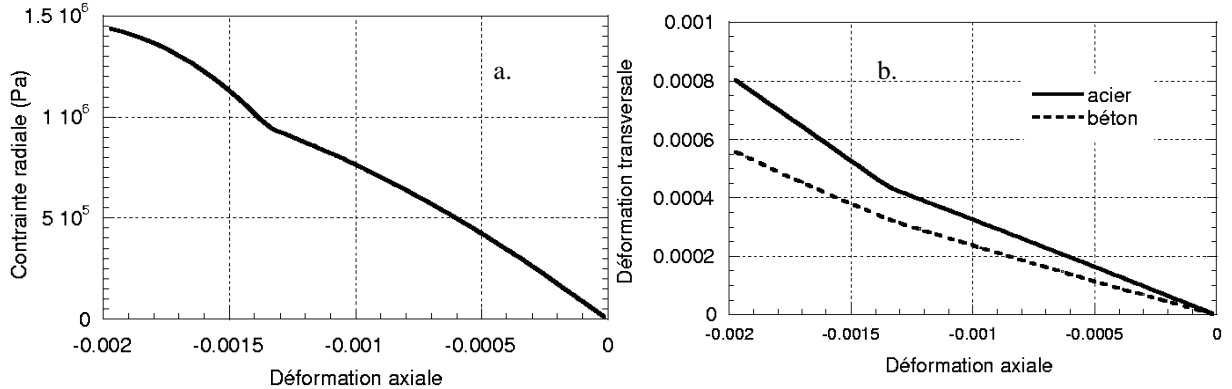


Figure 3.35 : Comportement transversal avec la loi d'endommagement seul. (a) Evolution de la contrainte transversale en fonction de la déformation axiale, (b) Evolution des déformations transversales dans le béton et dans l'acier en fonction de la déformation axiale

Au contraire, avec la loi d'endommagement seule, comme  $\varepsilon_c$  est toujours plus petite que  $\varepsilon_s$ , le béton est uniquement sollicité en traction radiale. Aucun confinement passif n'est observé et c'est pour cela que le pic de charge axiale est si petit par rapport à l'expérience (figure 3.35)

L'étude du comportement volumique amène aux mêmes conclusions. Le changement d'évolution, contractant vers dilatant, est une conséquence directe de l'augmentation des déformations transversales et de l'introduction de la plasticité. Avec la relation d'endommagement, la réponse volumique reste uniquement contractante (figure 3.36).

En conclusion, pour les tubes d'acier remplis de béton soumis à une compression axiale, l'utilisation de la loi élasto-endo-plastique est nécessaire pour simuler le changement de coefficient de Poisson apparent (et la dilatance, c'est-à-dire l'augmentation de volume) responsable du confinement passif. Avec ce comportement, il devient possible de reproduire les résultats expérimentaux et particulièrement l'évolution de la résistance de la structure.

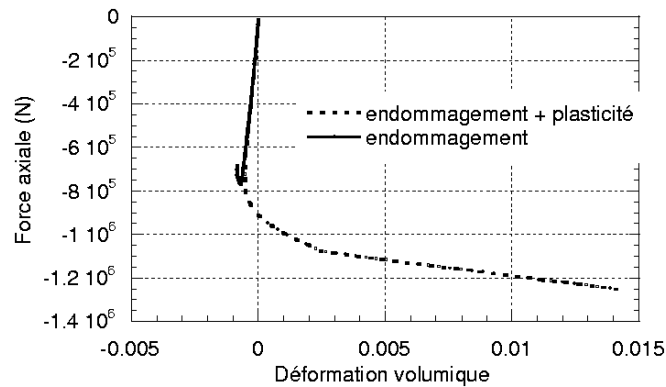


Figure 3.36 : Evolution de la déformation volumique en fonction de la force axiale pour les deux approches numériques.

#### 4.2.4 Volume Structurel Représentatif de la partie courante d'enceinte de confinement

La dernière application de ce chapitre est le volume structurel représentatif initialement présenté dans la section 5 du chapitre 1. Les dimensions, les conditions aux limites et les chargements sont identiques. Les paramètres du modèle choisis pour la simulation sont donnés dans le tableau 3.14. Ils sont différents de ceux du chapitre 1 pour tenir compte des effets de la plasticité. La figure 3.37 présente la courbe pression interne – déplacement.

$E$ (Pa)	$\nu$	$A_c$	$A_t$	$B_c$	$B_t$	$\varepsilon_{D0}$			
$3.1 \cdot 10^{10}$	0.22	2.75	1.1	2470	14000	$1 \cdot 10^{-4}$			
$r_c$	$r_t$	$p$	$A_h$	$B_h$	$C_h$	$\gamma$	$\alpha$	$a$	$k_0$
$120 \cdot 10^6$	$11 \cdot 10^6$	0.4	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0.99	0.5	-1	0.1

Tableau 3.14 : Paramètres pour le CFT. Loi élasto endo plastique

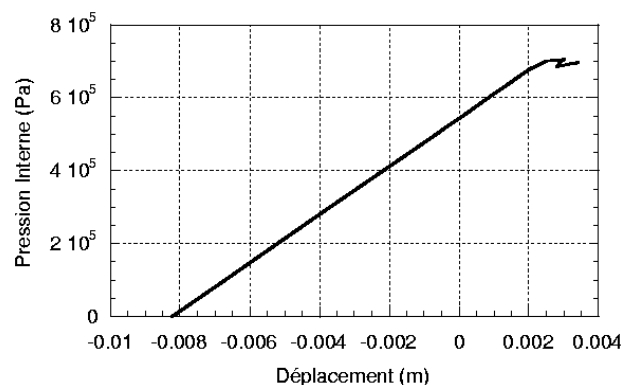


Figure 3.37 : Evolution de la pression interne en fonction du déplacement. Application du modèle élasto endo plastique sur le VSR

En la comparant avec la figure 1.35, les mêmes tendances sont retrouvées : un déplacement initial négatif dû à la précontrainte et aux conditions limites imposées sur les faces latérales, un comportement linéaire sans évolution des variables internes, le développement d'une zone de localisation puis un déchargement partiel.

La figure 3.38 illustre la distribution de l'endommagement dans le volume après son amorçage et après formation de la première bande de localisation. Là encore, on retrouve les résultats du chapitre 1 :  $D$  apparaît autour du câble de précontrainte vertical puis se développe dans la profondeur.

Ces observations confirment les remarques des sections précédentes : l'introduction de la plasticité ne perturbe pas le mode de rupture global de la structure. Néanmoins, on verra dans la suite que le niveau d'endommagement (c'est à dire sa valeur) en un point et pour un chargement donné diffère en fonction de la relation de comportement choisie (voir la comparaison des deux modèles dans la section 3.2.3 du chapitre 5). Les effets sur la perméabilité ne sont donc pas identiques, aboutissant à des comportements hydrauliques différents.

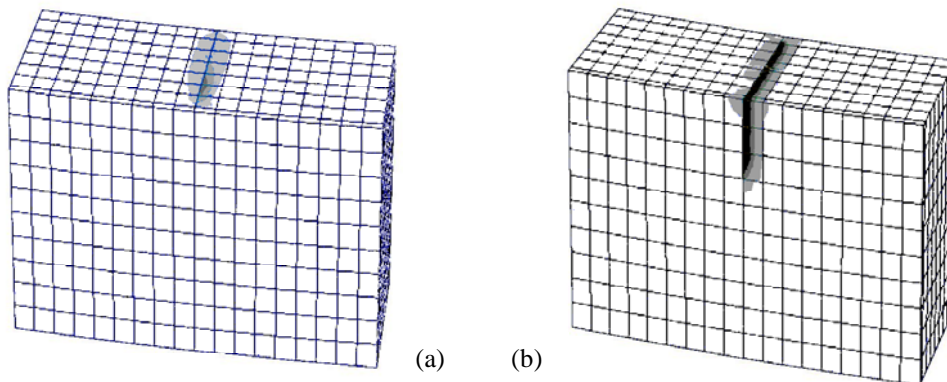


Figure 3.38 : Distribution de l'endommagement dans le VSR. Amorçage et bande de localisation

## CONCLUSIONS – CHAPITRE 3

Un modèle élastique plastique endommageable a été proposé afin d'apporter une réponse aux limitations mises en évidence dans les chapitres 1 et 2. Une loi d'endommagement ou de plasticité seule n'est pas capable de reproduire le déchargement du béton. Or celui-ci quantifie généralement la valeur de l'endommagement expérimental et doit donc être simulé avec soin dans le cadre de problèmes couplés (couplage endommagement – perméabilité par exemple).

Une méthodologie de calage des paramètres du modèle a été proposée. A partir d'un essai de compression, de traction et de confinement, il est possible d'estimer un ordre de grandeur acceptable pour tous les coefficients de la loi. L'architecture de la loi de comportement proposée (séparation des effets liés à la plasticité et à l'endommagement) permet en outre une certaine souplesse numérique dans le choix des relations constitutives.

L'étude de la réponse simulée sur sept applications élémentaires et structurelles a permis de mettre en avant plusieurs avantages de la formulation. En traction, l'introduction de la plasticité ne perturbe pas le comportement global du matériau. Le pic de contraintes est correctement simulé et l'évolution post – pic reproduite. En compression cyclique, le développement de déformations irréversibles est quantitativement modélisé. Les pentes de déchargement peuvent alors être calées par rapport à l'expérience et donc proposer une valeur d'endommagement raisonnable. Le comportement volumique est acceptable avec un changement contractant vers dilatant caractéristique de la plasticité. La forme de la fonction plastique (seuil en confinement) permet de reproduire les essais triaxiaux après confinement sur une plage de pression étendue. Pour les faibles pressions hydrostatiques, réponses numérique et expérimentale sont en accord. En particulier, la transition fragile – ductile est reproduite. Pour les forts confinements, une diminution de la pente initiale apparaît. Les essais de flexion trois points sur béton ordinaire et béton armé mettent en évidence la capacité de la loi à simuler le mode de rupture du béton. Néanmoins, l'absence de technique de régularisation empêche la comparaison avec les résultats expérimentaux. Celle – ci ne sera pas développée dans ce travail car inapplicable aux structures pré-industrielles considérées (VSR par exemple, voir les conclusions du chapitre 1). Le tube composite acier – béton est l'occasion de tester la loi sur un essai structurel de compression. Le modèle donne une réponse adéquate en simulant un confinement passif dû à l'augmentation du coefficient de

Poisson apparent. Enfin, sur le Volume Structurel Représentatif, le comportement du chapitre 1 est retrouvé. En particulier, le mode de rupture est correctement représenté.

En conclusion, la relation élasto – endo – plastique constitue un outil approprié pour l'évaluation de l'endommagement d'une structure, à la fois en traction et en compression. Applicable à des cas complexes, elle reproduit fidèlement les pentes de déchargement. Même si certains phénomènes ont été ignorés (anisotropie ou refermeture des fissures par exemple), cette loi est suffisante pour être utilisée dans l'étude hydro-mécanique.

## **CHAPITRE 4**

### ***ETUDE DE LA PERMEABILITE DU BETON***

#### **INTRODUCTION**

Connaître l'état d'endommagement d'une structure n'est pas suffisant pour tirer des conclusions sur sa durabilité, c'est-à-dire sur sa capacité à remplir sa fonction dans le temps. Ainsi, pour les enceintes de confinement de centrales nucléaires, les études d'étanchéité passent par la connaissance de la perméabilité du béton à tout moment. Compte tenu des difficultés expérimentales de caractérisation in situ des bétons d'enceinte (environnement sensible), l'objectif global est donc de proposer des lois d'évolution de la perméabilité à partir de paramètres mesurables (endommagement, saturation ...)

Dans la section 1, l'importance relative des phénomènes mécaniques et hydriques sur « les » perméabilités (totales, relatives, intrinsèque) est discutée.

Connaissant les sollicitations dominantes, la section 2 s'intéresse à l'évolution de la perméabilité en fonction du degré de saturation en eau. Après une mise en évidence bibliographique de l'influence du paramètre, une relation est écrite à partir de calages expérimentaux.

L'effet de l'état mécanique du matériau est traité dans la section 3. Après avoir envisagé différentes solutions, une loi endommagement – perméabilité est finalement retenue. Validée théoriquement par une approche discrète de type réseau, le choix de la relation est argumenté à partir d'essais issus de la littérature. Finalement, la prise en compte du niveau de chargement est discutée.

# 1 Position du problème

## 1.1 Cycle de vie de l'enceinte de confinement

L'évolution de la perméabilité dans le temps est une donnée essentielle lorsque des études d'étanchéité doivent être menées. En effet, cette variation, consécutive à un « vieillissement » du matériau, conditionne la quantité de matière circulant au sein du milieu poreux et donc susceptible d'être libérée dans l'atmosphère. Pour les enceintes de confinement de centrales nucléaires, particulièrement sensibles du fait des enjeux environnementaux associés, le diagnostic de la structure (garantir la capacité à remplir la fonction de barrière protectrice) passe donc par la connaissance préalable de la valeur de la perméabilité en tout point. L'histoire de l'enceinte de confinement va bien évidemment influencer sur l'évolution des propriétés de transfert. Schématiquement, elle peut être scindée en trois phases principales (figure 4.1) :

- La construction de la centrale est une étape clé puisqu'elle préconditionne l'apparition de zones de faiblesse. Elle définit un état mécanique (mise en précontrainte) et hydrique (séchage) initial. Le retrait d'hydratation y joue aussi un rôle important.
- En service, les sollicitations dominantes sont le fluage et le séchage (chargements « passifs »). L'enceinte interne étant soumise à un gradient thermique stabilisé, l'impact des changements de température est négligeable. On observe aussi généralement une relaxation des câbles de précontraintes.
- Enfin, tous les dix ans, les tests d'étanchéité sont réalisés. Au cours de ces essais sont mesurés différents taux de fuite représentant l'aptitude de l'enceinte à protéger l'environnement. Périodiques et ponctuels (sur une durée n'excédant pas 48 heures), ils constituent les principales sollicitations mécaniques actives auxquelles sera soumise la structure durant son cycle de vie.

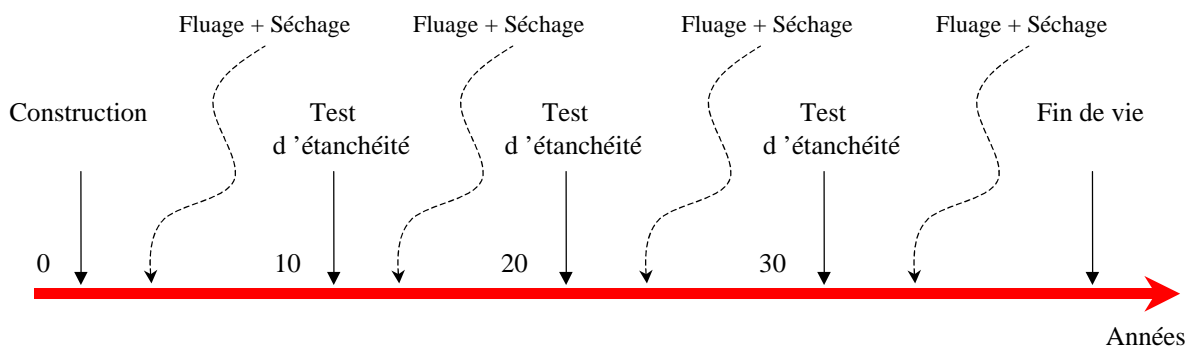


Figure 4.1 Cycle de vie d'une enceinte de confinement de centrales nucléaires



## 1.2 Paramètres influençant l'évolution de la perméabilité

De nombreux auteurs ont cherché à mettre en évidence les paramètres influençant l'évolution de la conductivité hydraulique.

Dans (Villain et al, 2001), la perméabilité d'un échantillon de béton non sollicité a ainsi été mesurée pour différentes valeurs de saturation en eau (figure 4.2). Plus l'échantillon est sec et plus il est perméable au gaz. L'humidité dans le matériau est donc une donnée influente pour l'évaluation de la perméabilité (voir paragraphe 2).

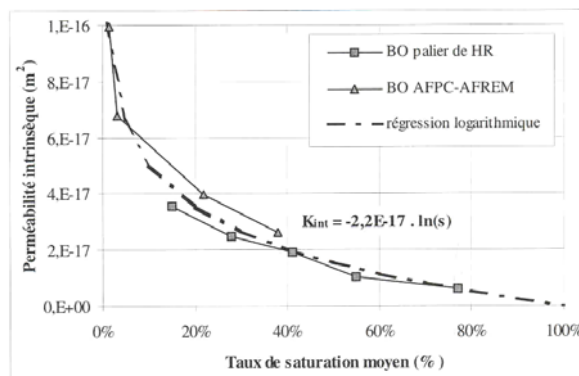


Figure 4.2 : Evolution de la perméabilité en fonction de la saturation en eau pour un béton non sollicité (d'après Villain et al, 2001)

Sugiyama et al (1996 (a)) se sont intéressés à l'influence des sollicitations mécaniques sur les propriétés de transfert. Ainsi, dans la figure 4.3 (essai de mise en pression d'un cylindre creux chargé en compression uniaxiale, voir section 3), un seuil de contraintes est mis en évidence à partir duquel une augmentation significative de la perméabilité est observée. L'histoire du chargement mécanique de l'échantillon est donc une donnée influente pour l'évaluation des propriétés de transfert.

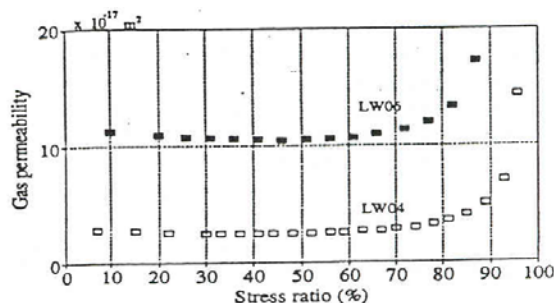


Figure 4.3 : Evolution de la perméabilité en fonction de l'état mécanique. Cylindre troué mise en pression (d'après Sugiyama et al, 1996). Le « stress ratio » correspond au rapport de la contrainte sur la contrainte au pic.

Dans notre étude, la variation de la saturation en eau du béton, principalement due aux effets du séchage tout au long de l'histoire de l'enceinte, et la dégradation mécanique de la structure, conséquence des tests d'intégrité périodiques, seront les deux paramètres pris en compte pour évaluer l'évolution de la perméabilité.

De manière plus générale, d'autres aspects pourraient être envisagés. Par exemple, Basheer et al (2001) ont mis en évidence une corrélation entre la perméabilité et la profondeur de carbonatation pour un béton ordinaire (figure 4.4). Ces effets « environnementaux » seront ignorés dans le reste de l'étude. En effet, il s'agit ici d'étudier le comportement de l'enceinte de confinement interne, protégée de l'action directe de l'environnement extérieur.

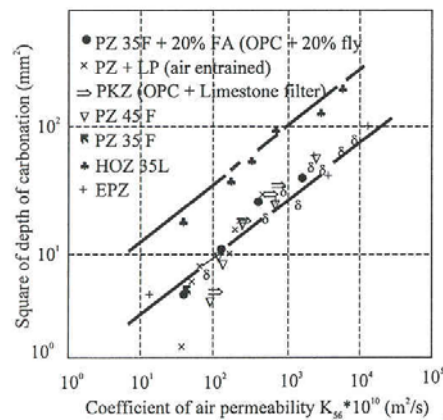


Figure 4.4 : Evolution de la perméabilité en fonction de la profondeur de carbonatation (d'après Basheer et al, 2001)

### 1.3 Formulation mathématique du problème – Définition des perméabilités

La modélisation du transport d'un fluide dans un milieu poreux non saturé est basée sur la résolution de trois équations de conservation de masse (liquide  $l$ , vapeur  $v$  et air sec  $a$ ).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_l S_l) &= -\text{div}(\phi S_l \rho_l v_l) - \mu_{l \rightarrow v} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_v (1 - S_l)) &= -\text{div}(\phi (1 - S_l) \rho_v v_v) + \mu_{l \rightarrow v} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_a (1 - S_l)) &= -\text{div}(\phi (1 - S_l) \rho_a v_a) \end{aligned} \quad (4.1)$$

avec  $\phi$  la porosité totale du matériau,  $S_l$  la saturation en eau liquide :

$$S_l = \frac{V_w}{V_v} = \frac{C}{C_{sat}} \quad (4.2)$$

avec  $V_w$  et  $V_v$  respectivement le volume d'eau liquide et le volume de vide dans l'échantillon,  $C$  la teneur en eau volumique et  $C_{sat}$  la teneur en eau volumique pour le matériau saturé.

$\rho_l, \rho_v, \rho_a$  et  $v_l, v_v, v_a$  sont respectivement les densités massiques et les vitesses du liquide, de la vapeur d'eau et du gaz et  $\mu_{l \rightarrow v}$  le taux d'eau liquide se transformant en vapeur par unité de volume (changement de phase : condensation et vaporisation).

Les transports du liquide et du gaz sont modélisés, sous réserve des limitations présentées dans la section 1.4, par la loi de Darcy (Dullien, 1979) qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \phi S_l v_l &= -\frac{K_l}{\eta_l} \overrightarrow{\text{grad}}(p_l) \\ \phi(1 - S_l) v_g &= -\frac{K_g}{\eta_g} \overrightarrow{\text{grad}}(p_g) \end{aligned} \quad (4.3)$$

avec  $K_l, K_g$  les perméabilités totales au liquide et au gaz du matériau et  $\eta_l$  et  $\eta_g$  les viscosités dynamiques associées. En supposant que le gaz est un mélange parfait, la pression  $p_g$  peut alors s'écrire :

$$p_g = p_v + p_a \quad (4.4)$$

L'expression de  $v_g$  prend en compte le phénomène de diffusion entre la vapeur d'eau et l'air sec et s'appuie sur la loi de Fick (Baroghel – Bouny et *al*, 1999).

Les perméabilités au liquide et au gaz interviennent donc dans l'équation (4.3) mais comment modéliser l'influence de la saturation en eau et de l'état mécanique sur ces variables ?

Ces propriétés de transfert sont en fait scindées en deux termes :

$$\begin{aligned} K_l &= k_{rl} K \\ K_g &= k_{rg} K \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec  $k_{rl}$  et  $k_{rg}$  les perméabilités relatives au liquide et au gaz et  $K$  la perméabilité intrinsèque.

Ce découpage permet de faciliter la procédure d'identification. En effet, en suivant les recommandations de Baroghel-Bouny et *al* (1999) et Grasberger et Meschke (2000), la perméabilité relative est uniquement fonction de la saturation en eau tandis que  $K$  est définie à partir de l'état mécanique (e.m.). Finalement, on écrit :

$$\begin{aligned} K_l &= k_{rl}(S_l) K(e.m.) \\ K_g &= k_{rg}(S_l) K(e.m.) \end{aligned} \quad (4.6)$$

En particulier,

$$\begin{aligned} 0 &\leq k_{rg}, k_{rl} \leq 1 \\ k_{rg} &= 0 \text{ si } S_l = 1 \quad k_{rl} = 1 \text{ si } S_l = 0 \\ k_{rg} &= 1 \text{ si } S_l = 0 \quad k_{rl} = 0 \text{ si } S_l = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

En résumé, le transport d'un fluide dans un milieu poreux non saturé est basé sur la définition de cinq perméabilités :

- les perméabilités totales au gaz et au liquide ( $K_g, K_l$ ) fonctions de la saturation et de l'état mécanique apparaissant dans la relation de Darcy,
- les perméabilités relatives au gaz et au liquide ( $k_{rg}, k_{rl}$ ) , uniquement fonctions du degré de saturation,
- la perméabilité intrinsèque  $K$ , uniquement définie à partir de l'état mécanique.

L'objectif de l'étude sera donc d'écrire les relations entre les perméabilités relatives et le degré de saturation d'une part, la perméabilité intrinsèque et l'état mécanique d'autre part.

#### 1.4 Observations sur la formulation mathématique

L'utilisation du modèle présenté dans la partie 1.3 repose sur la validité de la loi de Darcy. Or, cette relation sous-entend les hypothèses suivantes :

- les forces d'écoulement dues à la viscosité prédominent sur les forces d'inertie ;
- les écoulements de fluide sont supposés laminaires ;
- le fluide d'infiltration est inerte vis à vis du milieu poreux (absence d'interaction physique ou chimique entre le fluide et le matériau).

Dans le cas des gaz, on considère des fluides compressibles pour lesquels l'écoulement n'est pas purement visqueux. La perméabilité apparente mesurée  $k_A$  n'est plus uniquement fonction des caractéristiques mécaniques et hydriques du matériau mais devient aussi dépendante de la pression de gaz injectée durant la mesure. Pour éviter cette dépendance, il est donc nécessaire de déterminer la proportion des écoulements visqueux à travers l'échantillon. Pour cela, l'approche de Klinkenberg est la plus couramment utilisée.

Si on considère un matériau soumis à un gradient de pression ( $P_1 - P_2$ ), la loi de Klinkenberg établit une relation entre la perméabilité totale au gaz  $K_g$  et la perméabilité apparente mesurée  $k_A$  :

$$k_A = K_g \left(1 + \frac{\beta_k}{P_m}\right) \quad (4.8)$$

où  $P_m$  est la pression moyenne appliquée  $(P_1 + P_2)/2$  et  $\beta_k$  le coefficient de Klinkenberg.

La signification physique de cette approche est la suivante : la perméabilité totale  $K_g$  est la valeur limite de la perméabilité apparente lorsque la pression moyenne du fluide tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque le gaz tend vers une phase condensée (liquide) (figure 4.5). Expérimentalement, des mesures de la perméabilité apparente  $k_A$  sont réalisées pour différentes valeurs de pression moyenne  $P_m$ .  $K_g$  est ensuite déterminée par régression linéaire.

Dans l'application de la loi de Darcy, et plus généralement dans le reste du document, c'est cette perméabilité au gaz corrigée  $K_g$  qui sera considérée, sauf indication contraire. Des précisions concernant les différences entre écoulement par glissement et écoulement visqueux, régime laminaire et turbulent ainsi que sur la méthode expérimentale de détermination des perméabilités pourront être trouvées dans (Picandet et al, 2001).

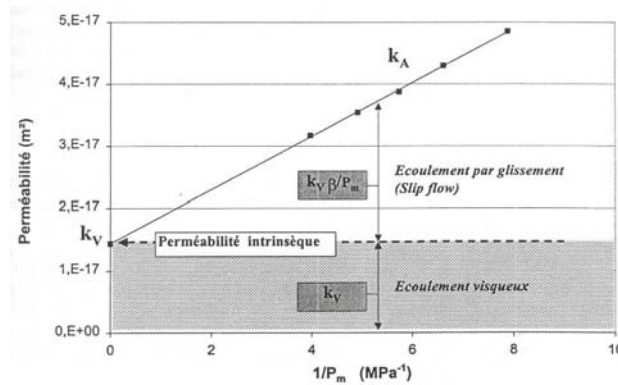
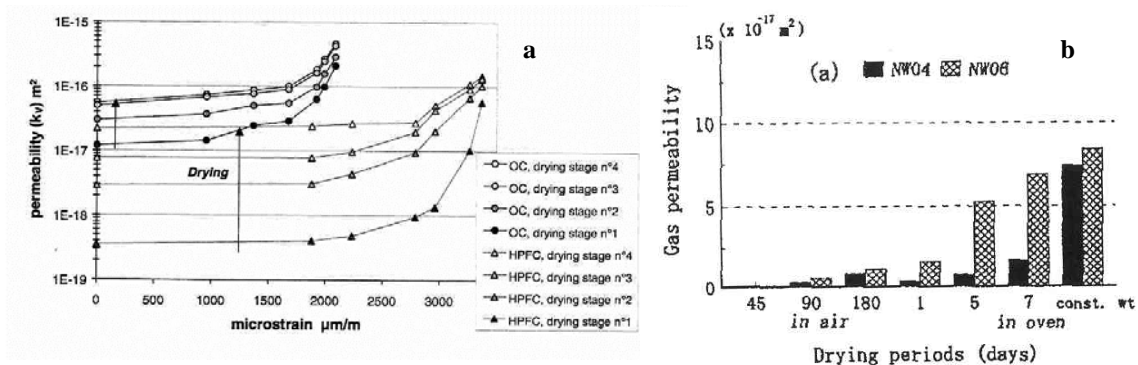


Figure 4.5 : Ecoulement par glissement et écoulement visqueux. Principe de l'approche de Klinkenberg, d'après (Picandet, 2001).

## 2 Influence du degré de saturation en eau sur la perméabilité des bétons

### 2.1 Mise en évidence

L'objectif de ce paragraphe est de proposer une relation entre les perméabilités relatives au liquide et au gaz et la saturation en eau d'un échantillon de béton. Plusieurs études ont été menées, quantitatives ou qualitatives, pour mettre en évidence l'influence de cette variable sur les propriétés de transfert. Ainsi, Picandet et al (2001) montrent que quel que soit l'état mécanique et la formulation du béton (ordinaire OC, haute performance HPC ou haute performance fibré HPFC), plus la durée de séchage est grande et plus la perméabilité au gaz du béton augmente. Sugiyama et al (1996 (a) et 1996 (b)) aboutissent aux mêmes conclusions en considérant un cylindre de béton creux sollicité en compression uniaxiale (figure 4.6). La saturation en eau est donc une donnée influente pour la perméabilité.



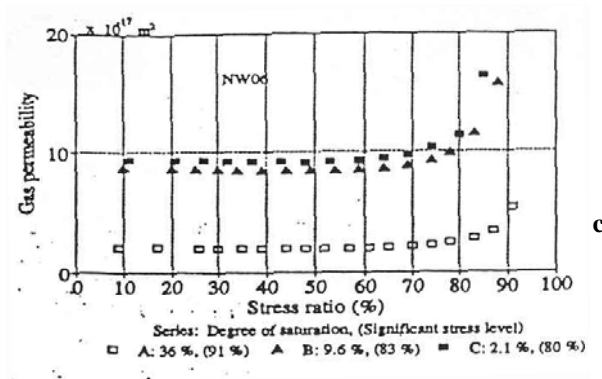


Figure 4.6 : Evolution de la perméabilité avec la durée du séchage. Influence de la saturation en eau. (a) Perméabilité au gaz d'un échantillon sollicité en compression simple après déchargement en fonction de la déformation appliquée pour différents temps de séchage. OC : Béton ordinaire HPFC béton haute performance fibré, d'après (Picandet et al, 2001) (b) Perméabilité au gaz d'un cylindre troué après différentes périodes de séchage (séchage naturel et four) pour deux types de béton (NW04 et NW06), d'après (Sugiyama et al, 1996), (c) Perméabilité au gaz d'un cylindre troué soumis à de la compression simple (stress ratio : rapport de la contrainte appliquée sur la contrainte au pic) pour trois degrés de saturation (36 %, 9.6 % et 2.1 %), d'après (Sugiyama et al, 1996)

## 2.2 Ecriture de la relation

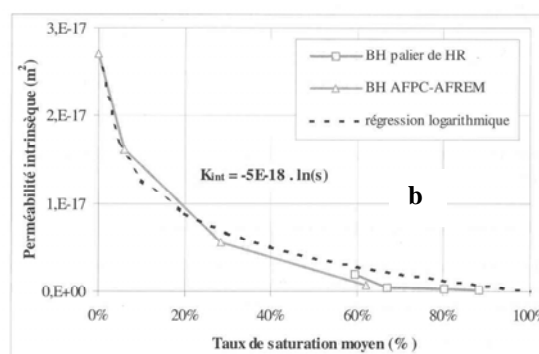
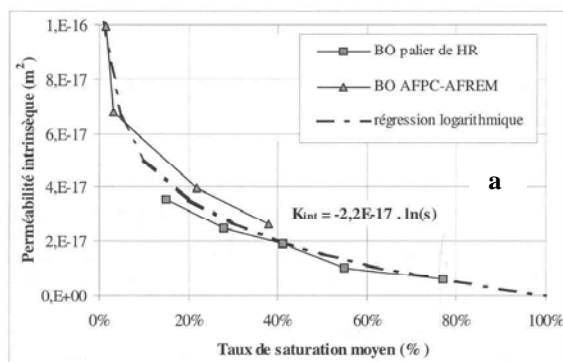
Différentes relations ont été proposées pour tenter de quantifier l'influence de la saturation en eau  $S_l$  sur la perméabilité du béton. Abbas et al (1999) et Villain et al (2001) définissent des relations empiriques entre  $K_g$  et  $S_l$  sur un béton non sollicité mécaniquement (figure 4.7). Les trois essais fournissent trois relations qui s'écrivent :

$$K_g = \ln\left(\frac{1.62}{S_l^{0.108}}\right) \cdot 10^{-16} \quad (\text{béton c fig. 4.7})$$

$$K_g = \ln\left(\frac{1}{S_l}\right) \cdot 2.2 \cdot 10^{-17} \quad (\text{béton a fig. 4.7}) \quad (4.9)$$

$$K_g = \ln\left(\frac{1}{S_l}\right) \cdot 5 \cdot 10^{-18} \quad (\text{béton b fig. 4.7})$$

Si ces évolutions ont la même forme (loi logarithmique fonction de l'inverse de la saturation en eau), les coefficients associés sont propres à chaque formulation. En utilisant ces relations empiriques, il paraît donc difficile de proposer une seule et même loi représentative du béton.



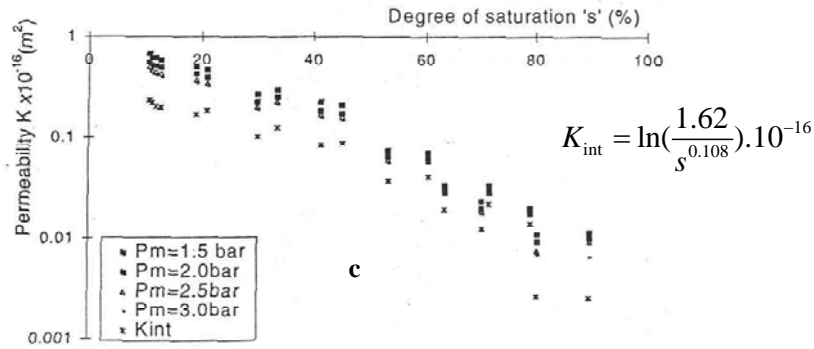


Figure 4.7 : Perméabilité au gaz en fonction du degré de saturation en eau ( $s=S_l$ ). Relation logarithmique (a) Béton ordinaire, d'après (Villain et *al*, 2001), (b) Béton Haute Performance, d'après (Villain et *al*, 2001), (c) Béton ordinaire, d'après (Abbas et *al*, 1999)

De plus, la perméabilité à l'état sec ( $S_l=0$ ) ne peut être définie. Des modifications ont été apportées dans (Verdier, 2001) pour résoudre ce problème. Néanmoins, compte tenu de la forte dépendance empirique de la relation, cette approche n'a pas été retenue.

DiCarlo (2003) et Sheng et *al* (2003) proposent pour les sols non saturés une expression de la perméabilité relative fonction du degré de saturation, basée sur les travaux de Van Genuchten (1980) et Hillel (1971). La perméabilité à l'eau s'écrit alors :

$$k_{rl} = S_l^m \quad (4.10)$$

avec  $m = 5$  dans la première étude et  $m = 2$  dans la seconde. Néanmoins, ce type de relation, appliquée pour le comportement des sols, n'a pas été validé pour les bétons.

Grasberger et Meschke (2000), Baroghel-Bouny et *al* (1999) ou Mainguy et *al* (2001) se basent sur les relations définies par Van Genuchten (1980) pour décrire l'évolution de la perméabilité relative en fonction du degré de saturation. Dans cette approche, la pression capillaire  $p_c$ , définie comme la différence entre la pression de la phase gazeuse  $p_g$  et celle du liquide  $p_l$  est donnée, à partir de considérations statistiques (distribution de la taille des pores) par :

$$p_c = a(S_l^{-b} - 1)^{\frac{1}{b}} \quad (4.11)$$

où  $a$  et  $b$  sont deux paramètres à caler. Cette courbe est obtenue à partir de l'isotherme de désorption ( $S_l = f(h)$  avec  $h$  l'humidité relative) en combinant la définition du degré de saturation et la loi de Kelvin ( $p_c = g(h)$ ). Avec cette équation et en utilisant le modèle de Mualem (1976) (représentation de la porosité du milieu comme un ensemble de billes de

rayon distinct interconnectées entre elles « Bundle Capillary Tube Model », les expressions suivantes des conductivités hydrauliques sont définies :

$$k_{rl} = S_l^q \left(1 - \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^m\right)^2 \quad (4.12)$$

$$k_{rg} = (1 - S_l)^q \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}$$

avec  $m = \frac{1}{b}$  et  $q$  un paramètre à déterminer.

A partir d'essais réalisés sur 45 types de sol, Van Genuchten (1980) pose  $q = 0.5$  comme valeur optimale issue du calage. Les perméabilités relatives sont alors données par :

$$k_{rl} = \sqrt{S_l} \left(1 - \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^m\right)^2 \quad (4.13)$$

$$k_{rg} = \sqrt{1 - S_l} \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}$$

Monlouis – Bonnaire et al (2003) remettent en cause l'application de l'équation (4.13) pour les bétons et proposent une modification de la valeur de  $q$ . Ainsi,

$$k_{rl} = S_l^{5.5} \left(1 - \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^m\right)^2 \quad (4.14)$$

$$k_{rg} = (1 - S_l)^{5.5} \left(1 - S_l^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}$$

La figure 4.8 donne les courbes perméabilité – saturation obtenues avec les formules (4.13) et (4.14). Compte tenu des différences significatives entre les deux relations, le chapitre suivant va s'attacher à valider, à partir d'essais issus de la littérature, l'écriture de la loi perméabilité relative – degré de saturation en eau.

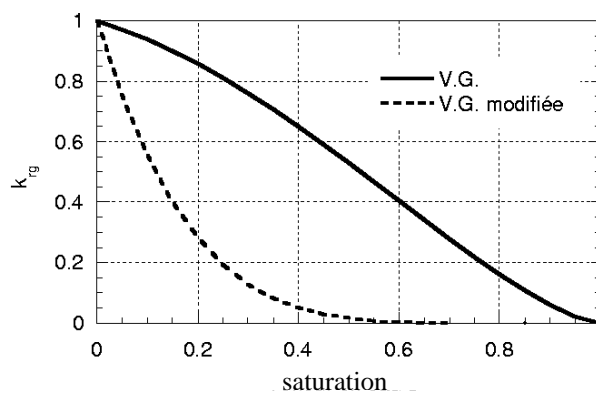


Figure 4.8 : Evolution de la perméabilité relative au gaz en fonction de la saturation en eau. Relation de Van Genuchten ( $q=0.5$ ) et Van Genuchten modifiée ( $q=5.5$ )



### 2.3 Validation

L'équation (4.12) est choisie comme référence afin de conserver la cadre d'étude de Van Genuchten (1980). Deux coefficients sont donc à définir,  $q$  et  $m$ .  $m$  est obtenu à partir du calage des courbes de pressions capillaires. On pose dans la suite du document  $m = 0.5$ . Cette valeur « moyenne » est en accord avec la littérature (voir tableau 4.1) et permet d'utiliser la relation (4.11) en l'absence de résultats expérimentaux.

La figure 4.9 illustre l'évolution de la perméabilité relative au gaz en fonction de la saturation en eau pour différents essais. Les équations (4.13) et (4.14) y sont aussi représentées. Connaissant la perméabilité intrinsèque de l'échantillon non sollicité à partir de l'état sec ( $S_l \approx 0, k_{rg} = 1, K_g = K$ ), on calcule pour chaque degré de saturation la valeur de la

perméabilité relative ( $k_{rg} = \frac{K_g}{K}$ ).

	Moyen	1 (BO)	2 (BO)	3 (BO)	3 (BH)	4 (BO)
$m$	0.5	0.56	0.44	0.44	0.49	0.51

Tableau 4.1 : Définition du paramètre  $m$  dans la littérature. BO : Béton Ordinaire BH : Béton Haute performance, 1 : Monlouis - Bonnaire et al, 2003, 2 : Mainguy et al, 2001, 3 : Baroghel-Bouny et al, 1999, 4 : Dal Pont et al., 2004

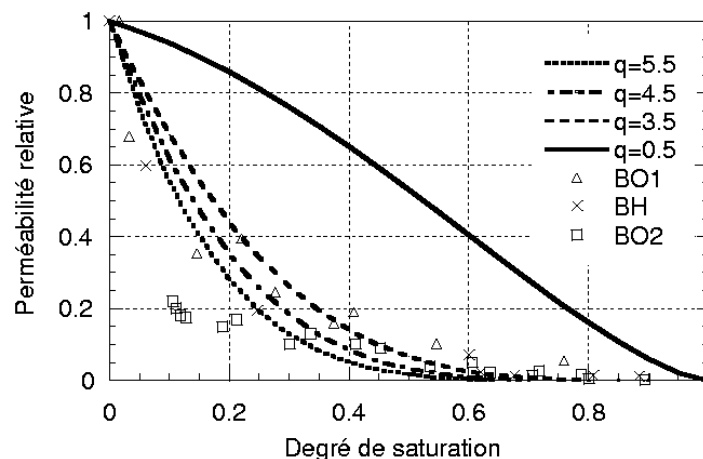


Figure 4.9 : Evolution de la perméabilité relative en fonction du degré de saturation. Comparaison simulation – expérience pour différentes valeurs de  $q$ . B01, BH : Béton ordinaire et Béton Haute Performance d'après (Villain et al, 2001), B02 : Béton ordinaire d'après (Abbas et al, 1999)

La diminution de  $k_{rg}$  pour les faibles degrés de saturation n'est pas reproduite par le calage initial proposé par Van Genuchten (1980) ( $q=0.5$ ). Le paramètre doit donc être modifié. A partir de la série de mesures issues de la littérature, des valeurs de  $q$  comprises entre 3.5 et 5.5 semblent être satisfaisantes.  $q=5.5$  (Monlouis-Bonnaire et al, 2003) simule correctement

l'évolution de la perméabilité relative pour les faibles degrés de saturation tandis que  $q=3.5$  semble plus approprié pour  $S_l$  compris entre 0.3 et 0.5. Un compromis acceptable est  $q=4.5$ . L'évolution de la perméabilité relative en fonction du degré de saturation en eau sera donc définie dans la suite par les deux équations :

$$\begin{aligned} k_{rl} &= S_l^{4.5} (1 - (1 - S_l^2)^{0.5})^2 \\ k_{rg} &= (1 - S_l)^{4.5} (1 - S_l^2) \end{aligned} \quad (4.15)$$

La figure 4.10 représente graphiquement ces deux lois.

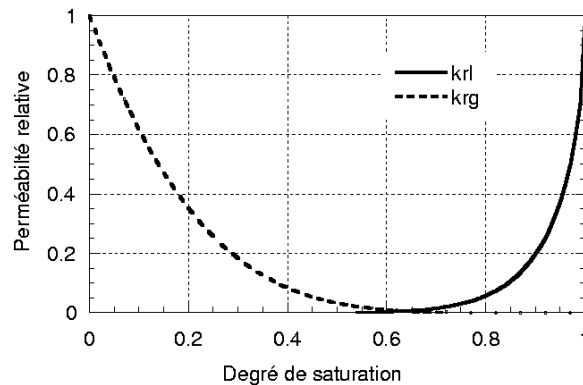


Figure 4.10 : Perméabilité relative au gaz et au liquide. Evolution en fonction du degré de saturation

Dans cette partie, seuls des essais au gaz ont été présentés pour le calage des évolutions des perméabilités relatives. En effet, outre la difficulté des mesures à l'eau (dispositif, temps de mesure dans le domaine des microfissurations), ces tests sont difficilement exploitables. Des phénomènes « parasites » apparaissent, résultats d'interactions avec la matrice cimentaire (bouchage, autocatrisation (Edvardsen, 1999) ...) et rendent difficiles l'interprétation des résultats. Nous avons donc fait le choix de valider notre approche sur des mesures au gaz pour calculer  $k_{rg}$  puis d'extrapoler nos conclusions à l'obtention de  $k_{rl}$ .

A titre de remarque, cette loi répond avant tout à un besoin numérique : une relation entre la perméabilité et la saturation est proposée pour la réalisation des études hydrauliques. Néanmoins, pour garantir la signification physique de cette évolution, des essais expérimentaux sur les bétons d'enceinte de confinement, actuellement non disponibles, seraient nécessaires. De la même manière, d'autres paramètres pourraient être pris en considération : la distribution de la taille des pores ou leur connectivité (Dana et Skoczylas, 1999), les tensions superficielles ou les angles de contact fluide/solide (Dullien, 1979). Ces aspects sont ici ignorés et constituent donc des perspectives de notre travail.

### 3 Influence de l'état mécanique sur la perméabilité intrinsèque

#### 3.1 Mise en évidence

L'équation (4.6) fait intervenir l'état mécanique du matériau sollicité dans l'expression de la perméabilité intrinsèque ( $K=K(e.m.)$ ). Cette observation est d'ailleurs reprise par différents auteurs. Dans (Picandet et al, 2001), les perméabilités de trois bétons déchargés sont étudiées après compression uniaxiale. La figure 4.11a montre clairement l'influence de la sollicitation mécanique sur la conductivité hydraulique. A partir d'un seuil de chargement, une augmentation sensible est observée.

Torrenti et al (1999) et Meziani et Skoczylas (1999) aboutissent à la même conclusion pour un essai triaxial confiné (pression de confinement de 5 MPa, mesure de  $K_g$  sous chargement). La courbe de perméabilité en fonction du déviateur appliqué (figure 4.11b) est alors scindée en trois parties : une phase de diminution attribuée à la fermeture initiale de la porosité et des microfissures préexistantes, une zone où elle reste sensiblement constante (compensation des effets de fermeture et d'apparition de nouvelles microfissures) et une phase d'augmentation significative (à 76% du pic en déviateur) correspondant à une dégradation du matériau.

Enfin, Sugiyama et al (1996 (a)) ont étudié l'évolution de la perméabilité sur un cylindre troué sollicité en compression simple (mesure de perméabilité radiale). Là encore, les résultats (figure 4.3) font apparaître un seuil de contraintes à partir duquel une augmentation significative de la conductivité hydraulique est obtenue.

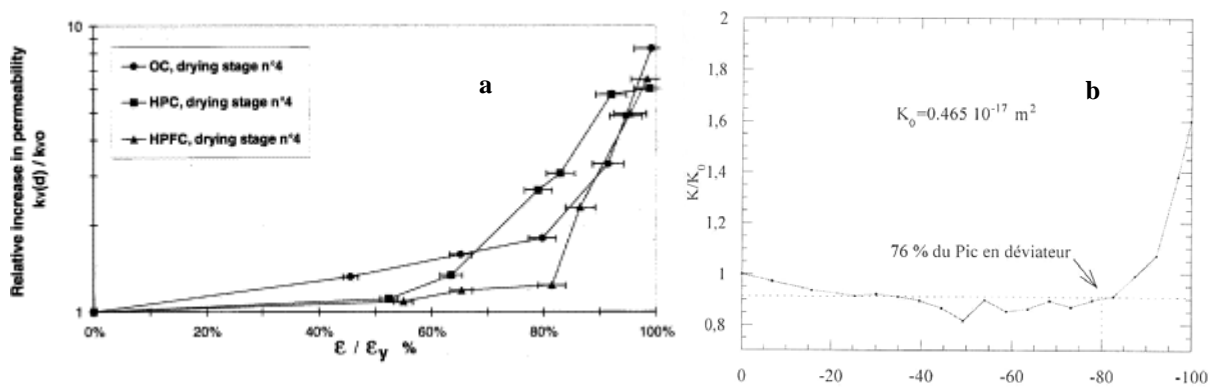


Figure 4.11 : Evolution de la perméabilité en fonction de l'état mécanique. (a) Perméabilité intrinsèque / Perméabilité initiale en fonction du taux de déformation appliqué (béton « sec » stage 4 sur al courbe) d'après (Picandet et al, 2001), (b) Rapport de perméabilité en fonction du déviateur appliqué (% du pic). Mesure aux gaz sous charge d'après (Torrenti et al, 1999)

Tous ces tests, issus de la littérature, utilisent des perméabilités aux gaz. Néanmoins, Kermani et al (1991) en compression uniaxiale, Wang et al (1997) pour le fendage, et Gérard et al (1996) en traction uniaxiale mettent en évidence les mêmes phénomènes, au moins

qualitativement, dans le cas de mesure de perméabilité à l'eau. Les sollicitations mécaniques ont donc une influence sur l'évolution des propriétés de transfert mais comment quantifier la relation existant entre perméabilité intrinsèque et état mécanique ? Quels paramètres significatifs inclure dans cette loi de couplage ?

### 3.2 Choix des paramètres de la loi d'évolution

Tout en conservant une description continue du comportement mécanique (à opposer aux approches de type mécanique de la rupture par exemple), différentes solutions existent pour définir la perméabilité intrinsèque. Pour un essai de compression uniaxiale, Sugiyama et al (1996 (b)) expliquent qualitativement le seuil d'augmentation de la perméabilité au gaz par le changement de comportement volumique du béton. Initialement contractant, celui-ci devient progressivement dilatant (voir chapitre 3). L'augmentation de volume est alors reliée à l'évolution de la propriété de transfert (voir tableau 4.2).

	Seuil d'augmentation de perméabilité *	Changement de comportement volumique *
Béton 1	78.5	81
Béton 2	89	88.7
Béton 3	76	85
Béton 3	82	91.7

\* en pourcentage de la contrainte au pic

Tableau 4.2 : Relation entre seuil d'augmentation de perméabilité et changement de comportement volumique (d'après Sugiyama et al , 1996)

En suivant le même principe, Fauchet (1991) propose une relation entre la perméabilité intrinsèque  $K$  et la déformation plastique  $\varepsilon^p$  basée sur la loi de Poiseuille régissant l'écoulement d'un fluide dans une fissure.

$$K = \frac{\zeta \Delta^2 (\beta \varepsilon^p)^3}{12} + K_0 \quad (4.16)$$

avec  $\zeta$  un coefficient prenant en compte la géométrie de la fissure,  $\beta$  un paramètre du modèle,  $\Delta$  l'espacement entre les fissures (généralement pris égal à la taille des éléments discrétisés). Avec le modèle mécanique développé dans notre étude, ces approches basées sur les déformations plastiques sont difficilement applicables à tout type de chargement. Pour un essai de traction par exemple, le phénomène dominant est la fissuration et donc l'endommagement. Cette formulation est donc plutôt adaptée aux lois pour lesquelles la plasticité représente à la fois la dilatance du matériau mais aussi la microfissuration, ce qui n'est pas le cas dans notre approche. Ici, considérer uniquement le comportement plastique n'est pas suffisant pour décrire la relation entre l'état du matériau et la perméabilité.

Stormont (2001) propose, pour certains types de roches, une relation entre la contrainte et la perméabilité. L'équation de Carmen-Kozeny exprime la conductivité hydraulique  $K$  en fonction de la porosité  $\phi$  :

$$K = \phi^x \quad (4.17)$$

avec  $x$  un paramètre. Une loi liant la compressibilité des pores en fonction de la porosité est ensuite ajoutée :

$$\phi = \frac{\phi_0}{(1-\phi_0)} \exp(-C_p \Delta\sigma) \frac{1}{1 + \frac{\phi_0}{1-\phi_0} \exp(-C_p \Delta\sigma)} \quad (4.18)$$

avec  $\phi_0$  la porosité initiale,  $\Delta\sigma = \sigma(\phi) - \sigma(\phi_0)$  et  $C_p$  la compressibilité du matériau. Une relation entre perméabilité et contrainte est alors obtenue :

$$K = K_0 \frac{\exp(-C_p x \Delta\sigma)}{1 - \phi_0 \exp(-C_p \Delta\sigma)} \quad (4.19)$$

Cette expression a le mérite de prendre directement en compte l'état mécanique par l'intermédiaire de la contrainte. Néanmoins, l'équation (4.19) a été uniquement validée pour des essais de confinement hydrostatique pour lesquels la variation de contrainte est facilement calculable. Dans un cas plus général, la signification de  $\Delta\sigma$  semble plus délicate à obtenir.

Enfin, plus classiquement pour les bétons, des relations entre l'endommagement et la perméabilité sont envisagées. Ainsi, Picandet et al (2001) proposent une loi unique, basée sur l'étude de trois bétons déchargés (ordinaire, haute performance et haute performance fibré). C'est cette approche qui est étudiée dans la suite du document.

### 3.3 Relation endommagement - perméabilité

#### 3.3.1 Validation théorique : modèle réseau

Les modèles continus (mécanique de l'endommagement par exemple) utilisent des relations constitutives dans lesquelles l'effet de la fissuration et du développement des « vides » est décrit par un ensemble de variables internes globales agissant sur la raideur élastique du matériau. Les modèles discrets constituent une alternative pour la description de ces comportements (Krajcinovic et Van Mier, 2000). Ils permettent d'étudier la fissuration progressive dans les matériaux hétérogènes en prenant en compte le caractère aléatoire des propriétés mécaniques et en décrivant le comportement local avec des modèles simples, c'est-

à-dire des relations élastiques – fragiles. Avec cette approche, les conséquences macroscopiques d’une perturbation locale sur le processus de rupture peuvent être appréciées. Dans cette section, les résultats de Delaplace et *al* (1996) sont rappelés. Un réseau de barres régulier de taille  $L \times L$  constitué de liens unidimensionnels (approche discrète) est considéré (voir figure 4.12 (a)). Chaque lien a une évolution linéaire jusqu’à atteindre un seuil de rupture fragile. Le comportement d’un point du milieu continu est alors relié au cas limite d’un modèle discret de taille infinie (Delaplace et *al*, 1996).

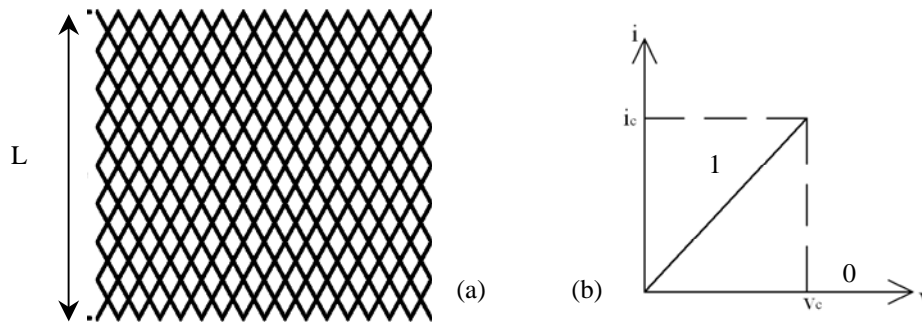


Figure 4.12 : Définition d’un réseau de taille  $L$  (a) et comportement élastique – fragile d’un lien (b)

Au lieu de résoudre un problème mécanique, une analogie électrique, strictement équivalente, est utilisée. Le courant remplace la contrainte, la tension remplace les déformations et la conductance remplace le module d’Young. Les équations d’équilibre sont similaires mais sont écrites avec des scalaires (au lieu de vecteurs pour le problème mécanique). La figure 4.12 (b) montre le comportement d’un lien. La même raideur est affectée à chaque barre. L’hétérogénéité des propriétés du matériau est simulée par la distribution aléatoire des courants de « rupture »  $i_c$ , auxquels on attribue des valeurs arbitraires comprises entre 0 et 1 selon les liens (distribution uniforme).

Les conditions aux limites du réseau sont périodiques pour représenter le comportement d’un système de taille infinie et pour éviter les problèmes d’effets de bord. A chaque étape de chargement, une tension unitaire  $V = 1$  est appliquée aux bornes du réseau. Le courant  $i_j$  dans chaque lien est alors calculé ( $n_t/2$  équations linéaires avec  $n_t$  le nombre de liens). Le lien  $j^*$  le plus faible est défini comme celui ayant le plus petit rapport  $\frac{i_{c_j^*}}{i_j}$ . Il est considéré comme cassé

dès que la tension appliquée aux bornes du réseau prend la valeur  $V_c$ .

$$\frac{V_c}{V} = \frac{i_{c_j^*}}{i_j} \quad (4.20)$$

Sa conductance passe alors à zéro (rupture) et le processus de chargement est itéré (application d'une tension unitaire, définition du lien le plus faible, calcul de la tension critique à appliquer, rupture du lien).

Les propriétés du modèle discret sont directement fonction des courants locaux. Les variables caractérisant leur distribution quelle que soit la taille  $L$ , sont celles représentant le mieux le comportement du modèle continu (équivalent au système infini). Pour définir ces distributions, des quantités globales, sous forme de moment d'ordre  $m$ ,  $M_m$ , sont calculées.

$$M_m = \int i^m N(i) di \quad (4.21)$$

où  $i$  est le courant dans chaque lien et  $N(i)$  le nombre de barres dont l'intensité est comprise entre  $i$  et  $i+di$ . La connaissance de tous les moments permet de caractériser entièrement la distribution des courants. Dans (Delaplace et al, 1996), l'analyse est restreinte aux moments d'ordre inférieur à 4. Ces quantités ont une signification physique. Le moment d'ordre 0 quantifie le nombre de liens cassés. Le moment d'ordre 1 est proportionnel au courant moyen (analogue à la contrainte moyenne). Le moment d'ordre 2 est proportionnel à la conductance globale (analogue au module d'Young moyen). Finalement, le moment d'ordre 4 est une mesure de la dispersion de la conductance. La figure 4.13 montre un résultat typique de l'étude. La courbe des moments en fonction du moment d'ordre 2 (proportionnel à la conductance moyenne et donc à la raideur moyenne par analogie inverse) est indépendante de la taille du réseau. Cela légitime le choix d'un endommagement basé sur la raideur moyenne pour caractériser le comportement mécanique. Il est en effet généralement défini par la relation  $D = \frac{G_0 - G}{G_0}$  avec  $G_0$  la conductance initiale. Or, cette variable décrit correctement la distribution des courants, c'est-à-dire l'état mécanique, indépendamment de la taille du réseau.

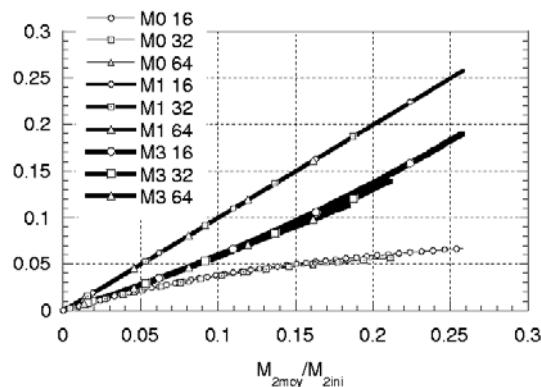


Figure 4.13 : Evolution des moments mécaniques d'ordre 1 à 3 en fonction du moment d'ordre 2 pour  $L = 16, 32$  et  $64$  (d'après Chatzigeorgiou, 2003)

Le module d'Young, par l'intermédiaire de l'endommagement, est donc la variable qui caractérise le mieux le comportement mécanique d'un point du milieu continu. Chatzigeorgiou (2003) étend cette approche au comportement hydraulique. Quand un lien mécanique est cassé (conductance égale à 1), il crée un chemin préférentiel pour le flux hydraulique dans la direction perpendiculaire (figure 4.14).

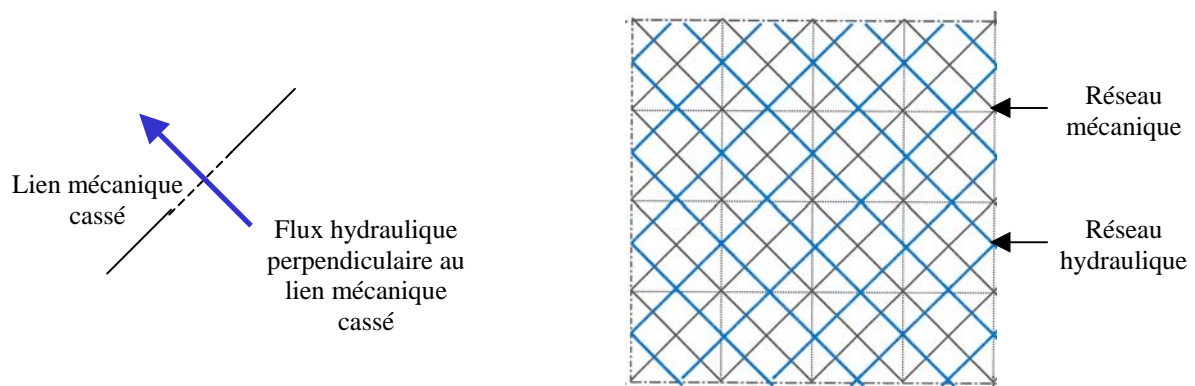


Figure 4.14 : Principe du réseau hydraulique perpendiculaire au réseau mécanique

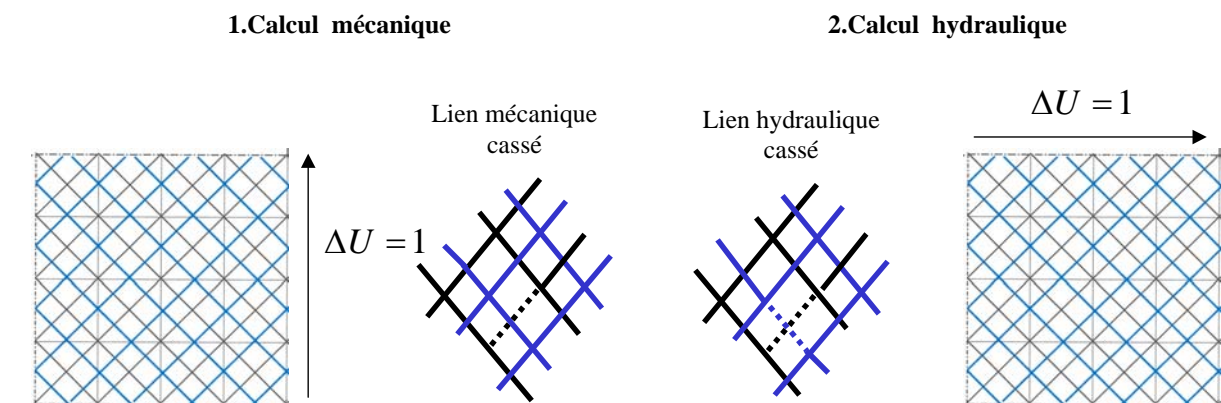


Figure 4.15 : Principe du calcul mécanique – hydraulique

Pour cette raison, le problème hydraulique est représenté par un réseau perpendiculaire au réseau mécanique (figure 4.14). Une seconde analogie est considérée pour laquelle la tension  $U_h$  (dans le réseau hydraulique) remplace le gradient de pression  $\nabla P$ , le courant  $I_h$  le débit  $Q$  et la conductance  $G_h$  la perméabilité  $K$ . De cette manière, la loi de Darcy  $Q = K\nabla P$  devient  $I_h = G_h U_h$ . Quand un lien hydraulique se casse, sa « perméabilité » augmente d'un facteur  $10^6$ .

Le calcul est réalisé en suivant la séquence suivante, répétée jusqu'à rupture complète du réseau mécanique (figure 4.15) :

- application d'une tension unitaire aux bornes du réseau mécanique,



- rupture du lien mécanique le plus faible (à partir des rapports entre l'intensité dans la barre et son intensité critique) et diminution de sa conductance,
- augmentation de la perméabilité du lien hydraulique perpendiculaire,
- application d'une tension unitaire aux bornes du réseau hydraulique.

A la fin de chaque séquence, les moments mécaniques et hydrauliques sont calculés.

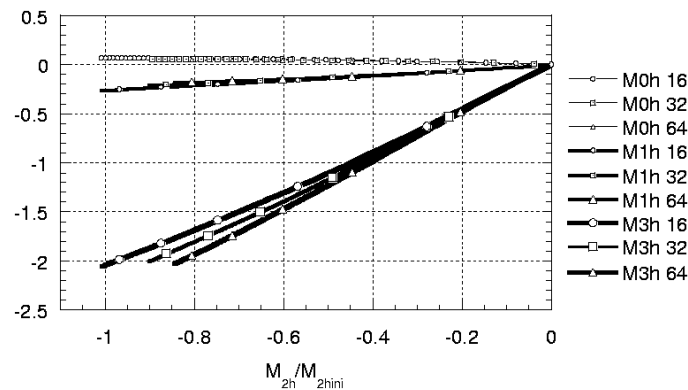


Figure 4.16 : Evolution des moments hydrauliques d'ordre 1 à 3 en fonction du moment hydraulique d'ordre 2 pour  $L = 16, 32$  et  $64$  (d'après Chatzigeorgiou, 2003)

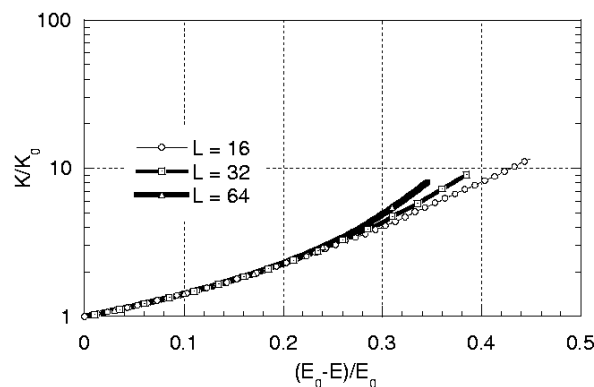


Figure 4.17 : Evolution de la « perméabilité » moyenne en fonction de « l'endommagement » moyen pour trois tailles de réseau ( $L = 16, 32$  et  $64$ ) (d'après Chatzigeorgiou, 2003)

De cette étude, Chatzigeorgiou (2003) tire deux conclusions principales. Tout d'abord, la courbe des moments hydrauliques en fonction du moment hydraulique d'ordre 2 est indépendante de la taille du réseau (figure 4.16). La conductance hydraulique moyenne (proportionnelle à la perméabilité moyenne par analogie inverse) peut donc caractériser le comportement hydraulique du réseau de taille infinie. C'est donc la variable la plus adaptée pour représenter le comportement hydraulique du point du milieu continu. Ensuite, il existe une corrélation entre l'endommagement et la perméabilité indépendamment de la taille (figure 4.17). On retrouve qualitativement les observations de Picandet et *al* (2001). Néanmoins, l'approche discrète envisagée ici ne peut représenter quantitativement le comportement du

béton. Elle donne une explication théorique à des phénomènes corroborés expérimentalement : pour les situations pré-pics et un matériau déchargé, l'endommagement est la variable la plus adaptée à l'évaluation des évolutions de perméabilité consécutives à une dégradation mécanique du matériau.

### 3.3.2 Choix de la loi endommagement – perméabilité

Le paragraphe 3.3.1 a montré qu'il existait une relation entre l'endommagement et la perméabilité intrinsèque du matériau déchargé. L'objectif de cette section est donc de quantifier cette évolution. Pour cela, plusieurs hypothèses sont considérées :

- Comme indiqué en 3.3.1, l'écriture d'une relation entre  $K$  et  $D$  n'a de sens que pour de faibles endommagements. En particulier, dans les zones fortement localisées (fissure traversante par exemple), la signification physique de la relation n'est plus assurée. Dans ces situations, c'est l'ouverture de fissure  $w$  qui devient le paramètre déterminant. La loi de Poiseuille est alors utilisée pour représenter l'écoulement dans la fissure (Fauchet, 1991) :

$$K = \frac{\zeta w^3}{12\Delta} \quad (4.22)$$

avec  $K$  la perméabilité,  $\Delta$  la distance entre fissures et  $\zeta$  un facteur géométrique correctif pour prendre en compte le fait que les fissures ne sont ni rectilignes ni parfaitement planes. On passe alors à une approche discontinue en dehors du champ d'application direct de notre étude.

- La perméabilité dépend uniquement de l'endommagement. Comme celui-ci ne varie pas pendant la phase de déchargement, la perméabilité du matériau chargé est égale à la perméabilité du matériau déchargé. On évaluera, en fin de chapitre, les possibilités d'amélioration concernant cette hypothèse qui est généralement contraire aux observations expérimentales.

- Avec le modèle mécanique isotrope développé, la relation proposée ne pourra fournir qu'une estimation isotrope de la perméabilité. Néanmoins, compte tenu des chargements appliqués aux structures (mise en pression par exemple) et des phénomènes de transport concernés (flux radial), cette modélisation est suffisante (Fichant et *al*, 1999).

Le couplage entre l'endommagement et la perméabilité a été étudié par différents auteurs. Dans la plupart des cas, une loi de type exponentiel est envisagée avec un nombre plus ou moins grand de paramètres à caler expérimentalement (en fonction du modèle utilisé, isotrope, anisotrope ...)

Bourdarot (1991) propose pour les bétons une relation qui s'écrit :

$$K = K_0 \left( \frac{k_u}{K_0} \right)^D \quad (4.23)$$

avec  $k_u$  la perméabilité « ultime » du matériau totalement dégradé. Avec cette approche, une augmentation de 0.1 de la valeur de l'endommagement entraîne une multiplication par 10 de la perméabilité (dans cette expression exprimée en m/s). Néanmoins, peu de précisions sont données sur l'évaluation de  $k_u$  qui paraît difficilement mesurable.

Gawin et al (2003) utilisent la formule suivante :

$$K = K_0 10^{A_D D} \quad (4.24)$$

avec  $A_D$  un paramètre à déterminer. Ce coefficient, calé à partir d'essais de traction réalisés dans (Bary, 1996), prend ici une valeur égale à 4.

Souley et al (2001) proposent, pour le comportement des granites, une évolution entre la perméabilité et l'endommagement fonction du rayon  $a$  des microfissures (modèle isotrope) :

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{K}{K_0}\right) &= C \left( \frac{a^3}{a_0^3} - l_{rat}^3 \right) \quad \text{si } \frac{a}{a_0} > l_{rat} \\ K &= K_0 \quad \text{si } \frac{a}{a_0} \leq l_{rat} \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $a_0$  est le rayon initial et  $l_{rat}$  le seuil de percolation.  $a$  ne pouvant être déterminé par une approche continue classique, le formalisme de l'équation (4.25) est adapté à notre modèle :

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{K}{K_0}\right) &= C(D - D_0) \quad \text{si } D > D_0 \\ K &= K_0 \quad \text{si } D \leq D_0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Cette approche présente l'intérêt de définir un seuil d'endommagement à partir duquel une augmentation significative de la perméabilité est observée. En compression, Souley et al (2001) séparent en effet le comportement du granite en cinq phases distinctes (figure 4.18). Une phase de refermeture de fissures (zone I) est tout d'abord associée à une diminution de la perméabilité. Puis, durant la phase élastique (zone II), puis lors du développement des premières non linéarités (début de zone III), la propriété de transfert reste inchangée. L'endommagement et la perméabilité augmentent ensuite significativement (zone IV). Enfin, dans la zone post pic (zone V), les évolutions sont difficilement quantifiables car peu reproductibles. Lors de l'essai, l'apparition de l'endommagement (début du comportement non linéaire) ne correspond pas exactement à l'augmentation de la perméabilité.

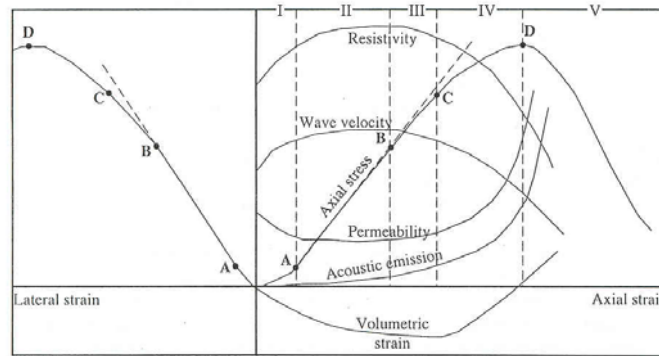


Figure 4.18 : Comportement d'un granite. Evolution des propriétés de la roche en fonction de la déformation axiale appliquée (séparation en cinq zones). Compression uniaxiale.

Cet effet de retard est attribué selon l'auteur au temps de création d'une connectivité entre les microfissures.

Enfin, Picandet et *al* (2001) proposent une relation liant l'endommagement de trois bétons déchargés, initialement sollicités en compression uniaxiale, en fonction de la perméabilité au gaz. Cette loi, unique, s'écrit :

$$\frac{K}{K_0} = \exp((\alpha D)^\gamma) \quad (4.27)$$

avec  $\alpha$  et  $\gamma$  deux paramètres fixés respectivement à 11.3 et 1.64 par l'auteur. Cette expression présente l'avantage d'être applicable à trois types de bétons (ordinaires, haute performance et haute performance fibré). Elle correspond à des valeurs de  $D$  comprises entre 0 et 0.2. On retrouve donc le domaine d'application de la relation  $K - D$  mis en évidence par les modèles réseaux (faibles endommagements, sans localisation).

### 3.3.3 Validation

A partir des mesures de perméabilité réalisées par Picandet et *al* (2001), les équations (4.24), (4.26) et (4.27) sont testées dans la figure 4.19. La figure 4.19b montre clairement que les formules fondées sur (4.24) ne sont pas suffisantes pour reproduire l'évolution de la perméabilité avec l'endommagement et ce quel que soit le paramètre du modèle choisi. L'accroissement du logarithme de la perméabilité n'est pas linéaire, contrairement aux prédictions de la loi. La relation proposée par Picandet et *al* (2001), initialement calée à partir de ces mêmes essais expérimentaux, simule correctement l'augmentation de la propriété de transfert. Enfin, l'approche linéaire avec un seuil mécanique de percolation (ici fixé à 0.035 environ) représente une solution alternative de bonne qualité.

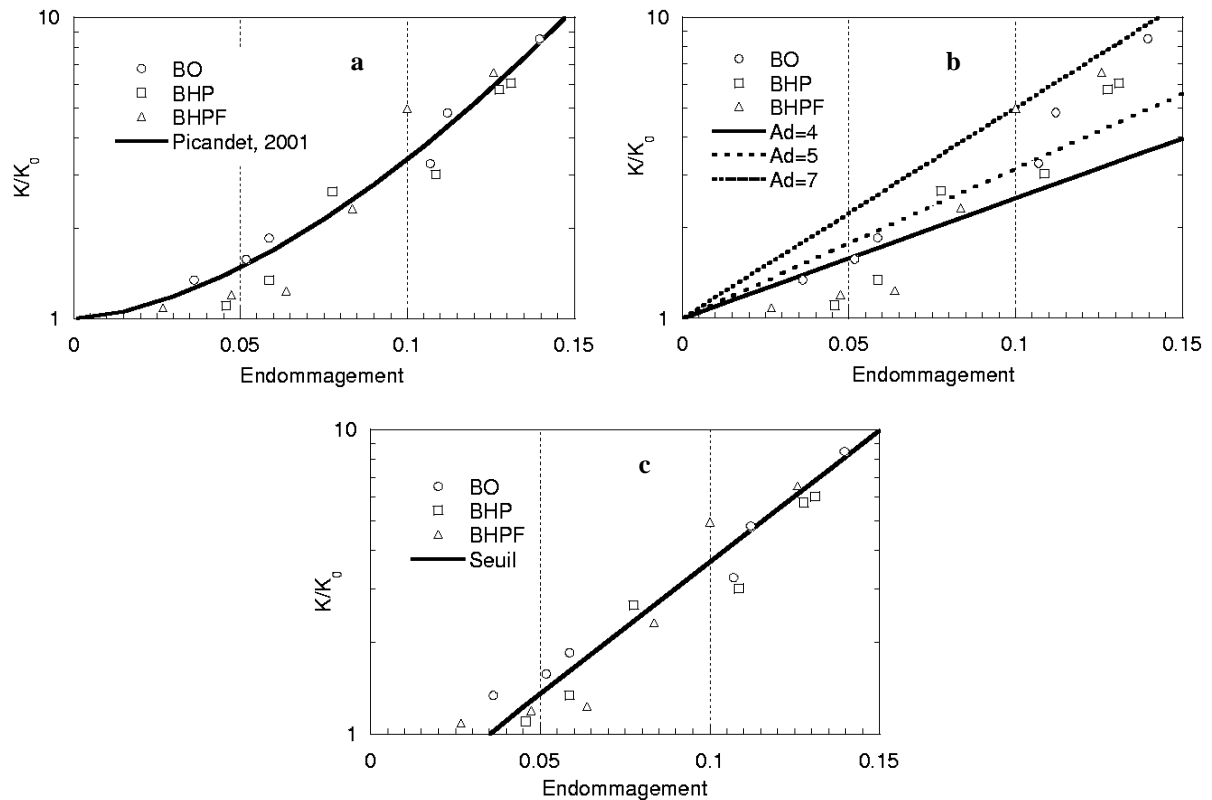


Figure 4.19 : Evolution de la perméabilité intrinsèque en fonction de l'endommagement. Comparaison entre trois approches. a.  $\frac{k}{k_0} = \exp((11.3d)^{1.64})$  ; b.  $\frac{k}{k_0} = 10^{A_d d}$  avec  $A_d = 4, 5, 7$  ; c.  $\frac{k}{k_0} = 10^{8.67d-0.3}$  si  $d > 0.035$

Comme indiqué par l'étude des modèles réseaux, l'écriture d'une relation entre l'endommagement et la perméabilité n'a de signification physique que pour de faibles valeurs de  $D$ . Néanmoins, pour certains calculs de structures (partie courante d'enceinte de confinement par exemple), des zones localisées ( $D$  proche de 1) apparaissent quasi immédiatement, sortant ainsi du domaine de validité de la loi. La généralisation de notre approche passe donc par la prédiction de perméabilités en zones « fortement endommagées ». Pour cela, les tests de Bary (1996) sont simulés. Ils consistent en des essais BIPEDE permettant le développement d'un endommagement de traction « homogène » calculé à partir de la pente de déchargement (voir (Gérard et al, 1996) pour plus de précisions). La figure 4.20 propose une comparaison entre l'approche de Picandet et al (2001) et celle utilisant un seuil d'endommagement.

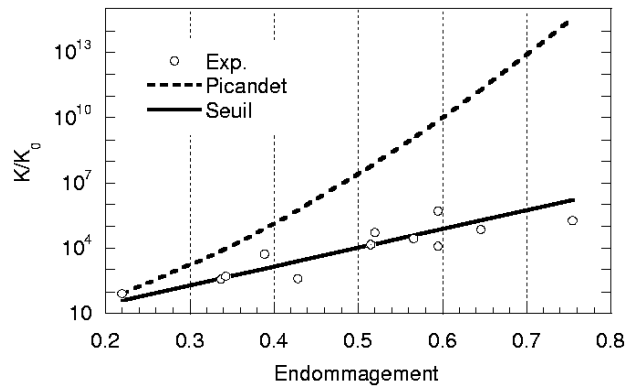


Figure 4.20 : Endommagement – perméabilité. Essais BIPÉDE

A partir de ces résultats, on montre que la première relation exponentielle, particulièrement adaptée aux faibles endommagements, simule une surestimation des valeurs de perméabilité au fur et à mesure que  $D$  augmente. Au contraire, l'évolution linéaire avec seuil propose des ordres de grandeur raisonnables jusqu'à des endommagements de 0.75.

En conclusion, trois types de lois ont été comparés. En considérant que ces expressions doivent être avant tout calées pour de faibles endommagements (domaine de validité mis en évidence par les modèles réseaux) :

- les relations  $K = K_0 10^{A D^d}$  ne sont pas adaptées car elles reproduisent une progression linéaire du logarithme de la perméabilité non conforme à l'expérience pour les faibles endommagements.

- les formules  $\frac{K}{K_0} = \exp((\alpha d)^\gamma)$  et  $\frac{K}{K_0} = 10^{8.67d-0.3}$  fournissent des résultats proches de

l'expérience pour le test de compression uniaxiale. Dans le cadre de l'extension aux forts endommagements, la fonction avec seuil semble reproduire de manière plus satisfaisante les évolutions.

Le choix entre approches « exponentielle » et « seuil » n'est pas tranché car plusieurs réponses doivent être encore étudiées : la perméabilité d'un matériau totalement dégradé doit-elle tendre vers l'infini ? Les mesures en post pic sont-elles pertinentes et surtout reproductibles ? Comment traiter « hydrauliquement » et de manière continue la localisation mécanique des endommagements ?

Pour les besoins du calcul, on retiendra néanmoins dans la suite, une évolution des perméabilités aux gaz et à l'eau fonction du degré de saturation et de l'endommagement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} K_l = S_l^{4.5} (1 - (1 - S_l^2)^{0.5})^2 \times K_0 \times 10^{8.67D - 0.3} \\ K_g = (1 - S_l)^{4.5} (1 - S_l^2) \times K_0 \times 10^{8.67D - 0.3} \end{cases} \quad \text{si } D \geq 0.035$$

$$\begin{cases} K_l = S_l^{4.5} (1 - (1 - S_l^2)^{0.5})^2 \times K_0 \\ K_g = (1 - S_l)^{4.5} (1 - S_l^2) \times K_0 \end{cases} \quad \text{si } D < 0.035$$
( 4.28 )

### 3.4 Prise en compte de l'état du chargement

Expérimentalement, Meziani et Skoczylas (1999) et Torrenti et al (1999) ont montré une diminution significative de la propriété de transfert après déchargement, essentiellement due à la refermeture des microfissures créées (figure 4.21).

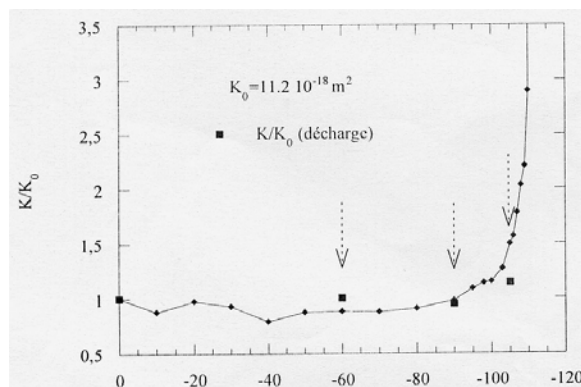


Figure 4.21 : Essai triaxial confiné. Perméabilités chargées et déchargées (d'après Torrenti et al, 1999)

Or, dans notre approche, la perméabilité intrinsèque est uniquement fonction de l'endommagement. Entre les états chargé et déchargé, la variable interne reste constante, aboutissant à la relation :

$$K_c = K_d \quad ( 4.29 )$$

avec  $K_c$  et  $K_d$  respectivement les perméabilités des matériaux chargé et déchargé. L'état mécanique devrait donc être pris en compte dans l'évolution de la propriété de transfert.

A partir de notre loi de comportement, on se propose d'indexer la perméabilité à la déformation équivalente du modèle d'endommagement. Ainsi, on écrit :

$$\begin{aligned} \text{si } D = 0 \quad & K = K_d \\ \text{si } D > 0 \quad & K(D, \varepsilon_{eq}) = K_d \left( 1 + C \frac{\varepsilon_{eq}}{\text{Max}_{/t}(\varepsilon_{eq})} \right) \end{aligned} \quad ( 4.30 )$$

avec  $C$  un paramètre positif à caler expérimentalement.

De cette manière, deux états « limites » sont définis : l'état déchargé pour lequel  $K = K_d$  ( $\varepsilon_{eq} = 0$ ) et l'état chargé où  $K = K_d(1+C)$  ( $\varepsilon_{eq} = \text{Max}_{/t}(\varepsilon_{eq})$ ). Entre ces deux états, la phase de déchargement est caractérisée par une diminution de la déformation équivalente et donc de  $K$ .

Avec cette approche, la simulation est conforme aux observations expérimentales : la perméabilité du matériau chargé est supérieure à celle du béton déchargé dans un rapport  $(1+C)$ . Néanmoins, compte tenu de l'absence de résultats expérimentaux exploitables qui permettraient de caler le paramètre  $C$  de la relation (4.30), cette amélioration ne sera pas prise en compte dans la suite. Elle constitue une des perspectives de notre travail.



## CONCLUSIONS – CHAPITRE 4

Dans notre étude, la perméabilité est principalement fonction du degré de saturation et de l'endommagement du matériau. Des perméabilités totales  $K_g$  et  $K_l$ , relatives à l'eau et au gaz  $k_{rg}$  et  $k_{rl}$ , fonctions du degré de saturation, et intrinsèque  $K$ , fonction de l'état mécanique, ont donc été définies afin de prendre en compte l'influence de ces phénomènes.

Une relation liant les perméabilités relatives aux sollicitations hydriques a été proposée. Celle-ci remet partiellement en cause les calages utilisés antérieurement dans la littérature. Un soin particulier a ainsi été apporté pour reproduire la diminution marquée de la perméabilité au gaz dans le domaine des faibles degrés de saturation.

L'endommagement a été choisi pour quantifier l'influence de l'état mécanique. En partant de constatations expérimentales et en utilisant une approche discrète de type réseau, il a ainsi été montré que  $D$  représentait la variable la plus adaptée pour décrire l'évolution de la perméabilité du matériau déchargé en situations pré – pic. Deux lois d'évolution ont ensuite été proposées, la première fondée sur une évolution exponentielle, la seconde définissant un seuil de percolation microstructural. Ces expressions ont été validées sur des essais issus de la bibliographie. La perméabilité du béton chargé étant différente de celle du matériau déchargé, la prise en compte de l'état de chargement a été discutée. Une formulation, fonction de la déformation équivalente a été proposée. Néanmoins, en l'absence de données expérimentales suffisantes pour le calage, cette évolution constitue une des perspectives de notre travail.

En conclusion, les perméabilités totales à l'eau et au gaz seront prises égales dans le reste du document à celles de (4.28). La validité de cette équation repose sur celle de la relation endommagement – perméabilité, c'est-à-dire les situations pré pic (faibles endommagements et absence de localisation). On reste donc dans le domaine d'application de notre problème industriel pour lequel on souhaite étudier la phase de microfissuration.

Dans le domaine post-pic, la représentativité des résultats ne peut plus être assurée, la reproductibilité des mesures de perméabilité n'ayant pas été démontrée. L'application de la relation (4.28) à de tels cas ne pourra donc être que qualitative. Dans ces situations, une approche discontinue est généralement préférée pour laquelle l'ouverture de fissure devient le paramètre déterminant pour l'évolution de la perméabilité (écoulement de Poiseuille). Cette méthode nécessite le recours à la mécanique de la rupture (description de la propagation des

fissures discrètes et de leur ouverture) et constitue une perspective de notre travail (loi de comportement continue pour la microfissuration associée à une relation endommagement - perméabilité dans un premier temps puis passage à une approche mécanique de la rupture et application des lois d'écoulement de type Poiseuille pour prendre en compte la localisation de l'endommagement).

## **CHAPITRE 5**

### ***ETUDE DU COMPORTEMENT HYDRAULIQUE***

#### **INTRODUCTION**

Les chapitres précédents ont défini les outils permettant de reproduire le comportement mécanique expérimental d'une structure pour les chargements classiques et de mettre en évidence les effets de la saturation et de l'endommagement sur la perméabilité. Il s'agit maintenant d'associer ces résultats et de les appliquer au comportement hydraulique c'est – à – dire aux conséquences d'une mise en pression d'une enceinte de confinement.

La section 1 pose les principes de l'étude en définissant les hypothèses de modélisation retenues (chaînage mécanique - hydrique puis hydraulique) et en proposant une méthode de détermination du degré de saturation. Le comportement hydraulique y est ensuite abordé avec la mise en équation du problème et son implantation numérique. En particulier, une analogie avec les équations de thermique non linéaire est mise en évidence.

La section 2 valide, sur des tests élémentaires, la méthodologie proposée. En particulier, notre approche est comparée aux algorithmes de thermique linéaire et non linéaire puis appliquée au cas d'un cube de dimension unitaire endommagé et séché. Il s'agit alors d'illustrer la séquence des calculs.

La section 3 utilise le Volume Structurel Représentatif de la partie courante d'enceinte de confinement afin de mettre en évidence des comportements numériques particuliers et de définir un indicateur de zones à risque. L'influence de l'endommagement, du degré de saturation et du choix de la loi de comportement mécanique est étudiée.

La section 4 aborde les problèmes d'oscillations observés lors du calcul sur le VSR et propose une simplification du test basée sur une approche unidimensionnelle. L'importance relative des paramètres de discrétisation spatiale et temporelle y est discutée.

Enfin la section 5 s'interroge sur la pertinence des hypothèses retenues pour la méthodologie (chaînage) et se propose de les évaluer sur un exemple simple à partir d'un modèle thermo-hydro-mécanique couplé.

# 1 Principe

## 1.1 Choix de modélisation

Lorsque l'on s'intéresse au comportement hydraulique d'une structure en béton, et avec les hypothèses retenues jusqu'à présent (calcul de la perméabilité fonction de la saturation et de l'endommagement), trois phénomènes sont en concurrence : l'état mécanique, le séchage et la mise en pression hydraulique. Le choix de modélisation résulte des couplages envisagés entre ces trois sollicitations.

Dans notre approche, l'hypothèse de chaînage est retenue. L'état mécanique est défini indépendamment du séchage et réciproquement. Puis, connaissant l'endommagement et le degré de saturation dans l'enceinte de confinement à un instant donné, une carte de perméabilité est obtenue en utilisant les lois d'évolution du chapitre 4. Enfin, cette distribution de la propriété de transfert est injectée dans un calcul hydraulique, correspondant à une mise en pression de la structure. Le processus est illustré dans la figure 5.1.

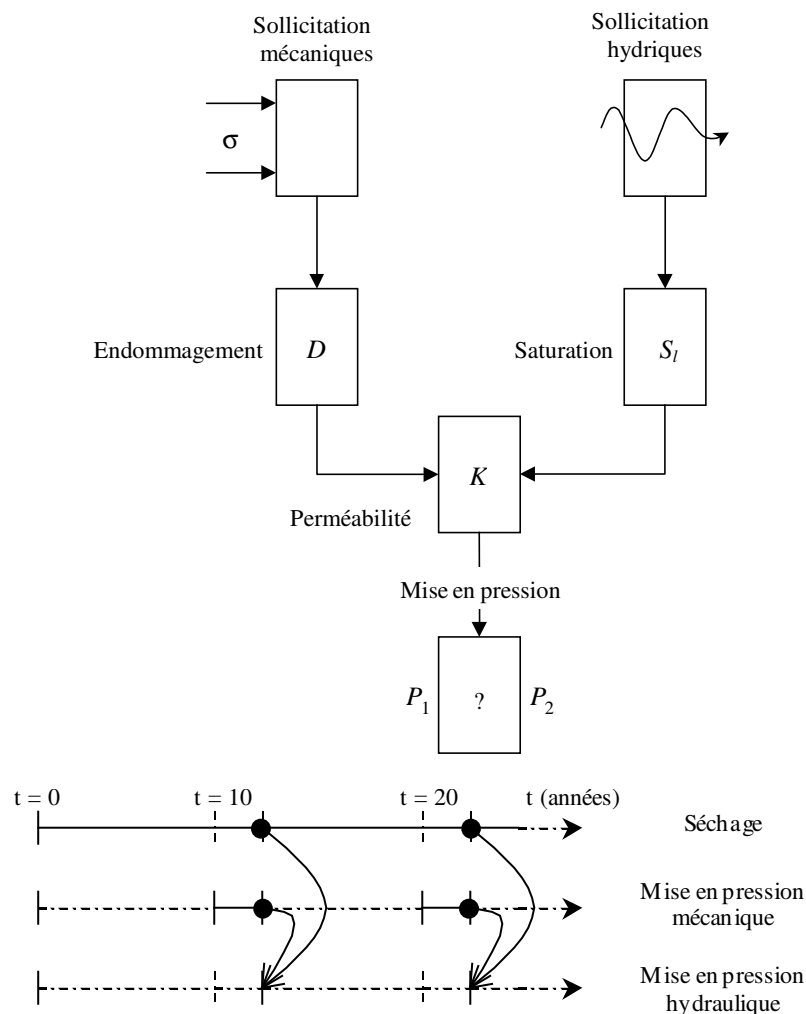


Figure 5.1 : Principe de l'approche chaînée – Application à la vie d'une enceinte de confinement

Ce choix suppose les hypothèses suivantes :

- L'endommagement n'influe pas sur l'évolution du degré de saturation, c'est – à – dire que les caractéristiques hydriques et mécaniques sont totalement découplées.
- Pendant la mise en pression hydraulique, le degré de saturation et l'endommagement ne sont pas modifiés.

On évaluera en fin de chapitre (section 5) la pertinence de ces hypothèses afin de proposer des perspectives d'amélioration.

### 1.2 Calcul du degré de saturation

L'étude du chapitre 4 a montré que la perméabilité était directement fonction de la distribution du degré de saturation et de l'endommagement. Si ce dernier est calculé à partir du modèle élastique plastique endommageable développé dans le chapitre 3, le degré de saturation reste à définir.

L'approche proposée par Granger (1995) ou Mensi et *al* (1988) et implantée dans le code EF « *Code\_Aster* » par Debruyne et Cirée (2001) est utilisée. En partant des équations de conservation des masses de liquide, vapeur et gaz et en considérant les lois de diffusion pour la vapeur et l'eau liquide, les auteurs aboutissent à une relation pour la modélisation du séchage qui s'écrit :

$$\frac{\partial C^f}{\partial t} = \text{div}[\lambda_c(C^f, T) \text{grad}(C^f)] \quad (5.1)$$

avec  $C^f$  la teneur en eau du béton (en  $l/m^3$ ) et  $\lambda_c(C^f, T)$  le coefficient de diffusion de l'équation fonction de  $C^f$  et de la température  $T$ . L'écriture de (5.1) suppose une pression de gaz constante égale à la pression atmosphérique dans l'échantillon (connectivité de la porosité (Granger, 1995)).

Différentes expressions existent dans la littérature afin d'exprimer la dépendance du coefficient de diffusion caractérisant la non linéarité de l'équation. On citera à titre d'exemple, les lois de Bazant, Mensi ou Granger (voir Granger, 1995 pour plus de détails).

Dans notre étude, la relation de Granger est retenue :

$$\lambda_c(C^f, T) = A \exp(B.C^f) \frac{T}{T_0} \exp\left(\frac{-Q_i}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \quad (5.2)$$

avec  $A$ ,  $B$ ,  $T_0$ ,  $Q_i$  (énergie d'activation) les paramètres du modèle.

L'équation (5.1) fait intervenir dans la définition du coefficient de diffusion le champ de température  $T$ . Un calcul thermique est donc réalisé préalablement au séchage (approche

chaînée thermique – hydrique) afin de déterminer sa distribution. L'équation à résoudre est la suivante :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} + \text{div}[-\lambda_T \text{grad}(T)] = 0 \quad (5.3)$$

avec  $\rho C_p$  la chaleur volumique à pression constante,  $\lambda_T$  la conductivité thermique.

Pour le calcul de séchage, les conditions aux limites, ou conditions d'échange, sont données en terme de flux d'humidité  $w^{fl}$  :

$$w^{fl} = \frac{0.5\beta}{(C_0 - C_{eq})} [C^{fl} - (2.C_0 - C_{eq})](C^{fl} - C_{eq}) \quad (5.4)$$

où  $\beta$  est un coefficient (égal à  $3.4 \cdot 10^{-8}$  (Mensi, 1988)),  $C_0$  la concentration en eau initiale et  $C_{eq}$  la teneur en eau pour une humidité de 50%.

Connaissant  $C^{fl}$ , on remonte au degré de saturation en utilisant la relation suivante :

$$S_l = \frac{C^{fl}}{C_{sat}} \quad (5.5)$$

où  $C_{sat}$  est la teneur en eau du matériau saturé.

Le détail de l'implémentation numérique ne sera pas discuté ici, le calcul faisant directement intervenir une des fonctionnalités du « Code\_Aster ». Pour plus de précisions, on se reportera aux travaux de Debruyne et Cirée (2001).

### 1.3 Problème hydraulique

Connaissant l'endommagement et le degré de saturation de la structure en béton, c'est-à-dire la distribution de la perméabilité (chapitre 4), il s'agit maintenant d'étudier les effets « hydrauliques » d'une mise en pression de gaz.

La modélisation du transport d'un fluide dans un milieu poreux est basée sur la résolution de trois équations de conservation de masse (liquide  $l$ , vapeur  $v$  et air sec  $a$ ) comme indiqué dans le chapitre 4. Dans notre approche, on considère que la phase gazeuse est constituée uniquement d'air sec (injection d'air sec lors de la mise en pression de la structure et absence de vapeur d'eau, c'est-à-dire,  $p_g = p_a$ ) et qu'elle n'a pas d'interaction avec le milieu liquide.

On peut alors écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_g (1 - S_l)) = -\text{div}(\phi(1 - S_l) \rho_g v_g) \quad (5.6)$$

avec  $\rho_g$  et  $v_g$  la masse volumique et la vitesse du gaz et  $\phi$  la porosité du matériau.

Le transport est représenté par la loi de Darcy qui s'écrit :

$$\phi(1-S_l)v_g = -\frac{K_g}{\eta_g} grad(P_g) \quad (5.7)$$

avec  $K_g$  la perméabilité totale au gaz et  $\eta_g$  la viscosité dynamique associée. En combinant les équations (5.6) et (5.7), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_g(1-S_l)) = div(\rho_g \frac{K_g}{\eta_g} grad(P_g)) \quad (5.8)$$

En considérant l'hypothèse des gaz parfaits, la masse volumique du gaz est exprimée par :

$$\frac{P_g}{\rho_g} = \frac{RT}{M} \quad (5.9)$$

c'est-à-dire en réarrangeant l'équation (5.8) (saturation et porosité indépendantes du temps) :

$$(1-S_l)\phi \frac{\partial P_g}{\partial t} = -div(-\lambda_p(P_g) grad(P_g)) \quad (5.10)$$

avec  $\lambda_p(P_g)$  le coefficient de « diffusion » fonction de la pression et donné par :

$$\lambda_p(P_g) = \frac{K(D)k_{rg}(S_l)}{\eta_g} P_g \quad (5.11)$$

A titre de remarque, la relation (5.11) est analogue, dans sa forme, aux équations de thermique non linéaire.

L'équation obtenue est exactement équivalente à celle utilisée pour la détermination expérimentale de la perméabilité moyenne au gaz d'une éprouvette de béton (Picandet, 2001 par exemple). Les hypothèses de base sont en effet identiques à celles retenues dans notre approche. Pour le prouver, on considère un cylindre de hauteur  $L$ . Le fluide injecté a une pression  $P_1$  en entrée ( $x=0$ ) et  $P_2$  en sortie ( $x=L$ ). La surface plane de l'échantillon est notée  $A$  (figure 5.2).

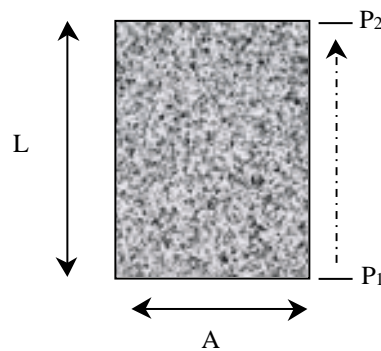


Figure 5.2 : Essai de mesure de perméabilité au gaz. Principe

En considérant le régime stationnaire (pas d'évolution de la pression dans le temps), on peut écrire (équation (5.6)) :

$$\text{div}(\phi(1-S_l)\rho_g v_g) = 0 \quad (5.12)$$

c'est - à - dire :

$$\phi(1-S_l)\rho_g v_g = \text{cte} \quad (5.13)$$

En utilisant la loi de Darcy présentée dans l'équation (5.7), on obtient (cas d'un écoulement unidirectionnel) :

$$\phi(1-S_l)\rho_g v_g = \text{cte} = -\rho_g \frac{K_g}{\eta_g} \frac{dP_g}{dx} \quad (5.14)$$

Cette relation est associée à l'hypothèse des gaz parfait de l'équation (5.9) :

$$\phi(1-S_l)P_g v_g = \text{cte} = -\frac{K_g}{\eta_g} P_g \frac{dP_g}{dx} \quad (5.15)$$

soit :

$$\phi(1-S_l)P_g v_g = \text{cte} = -\frac{K_g}{2\eta_g} \frac{dP_g^2}{dx} \quad (5.16)$$

L'équation (5.16) est intégrée sur la hauteur de l'échantillon (viscosité indépendante de la pression) :

$$\phi(1-S_l)P_g v_g L = \frac{K_g}{\eta_g} \frac{(P_1^2 - P_2^2)}{2} \quad (5.17)$$

En écrivant le débit en sortie  $Q_2$  comme le rapport entre la vitesse du gaz et la surface accessible, on obtient :

$$Q_2 = \frac{K_g}{2\eta_g} \frac{(P_1^2 - P_2^2)}{ALP_2} \quad (5.18)$$

L'expression (5.18) est l'équation de détermination de la perméabilité au gaz d'un béton (Picandet, 2001). En conclusion, sous réserve de considérer un  $K_g$  moyen et constant (hypothèse des essais) et de connaître sa valeur expérimentale, notre approche est capable d'interpréter les tests classiques de perméabilité au gaz.

#### 1.4 Implantation numérique

L'implantation numérique est présentée de manière à définir les paramètres de discrétisation qui feront l'objet d'une étude de sensibilité dans la suite. Le problème à résoudre est constitué



d'une équation différentielle associée à des conditions aux limites (pression ou flux imposés sur les extrémités par exemple) :

$$(1 - S_l)\phi \frac{\partial P_g}{\partial t} = -\text{div}(-\lambda_p(P_g) \text{grad}(P_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = P^d \text{ sur } \Gamma_1 \\ \lambda_p(P_g) \frac{\partial P_g}{\partial n} = f(x, t) \text{ sur } \Gamma_2 \\ \dots \end{array} \right. \quad (5.19)$$

La forme variationnelle de l'équation (5.19) s'écrit :

$$\int_{\Omega} \phi(1 - S_l) \frac{\partial P}{\partial t} v d\Omega + \int_{\Omega} \lambda(P) \nabla P \nabla v d\Omega - \int_{\Gamma} \lambda(P) \frac{\partial P}{\partial n} v d\Gamma = 0 \quad (5.20)$$

avec  $v$  une fonction suffisamment régulière et respectant les conditions sur  $\Gamma_l$ .

La discrétisation en temps de l'équation (5.20) est réalisée à l'aide d'une « théta – méthode ».

Le principe est de résoudre un système du type :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}(t) = \varphi(t, y(t)) \\ y(t=0) = y_0 \end{array} \right. \quad (5.21)$$

par un schéma de différences finies entre les instants  $k$  et  $k+1$  en écrivant :

$$\frac{1}{\Delta t} ({}^{k+1}y - {}^k y) = \theta \varphi({}^{k+1}t, {}^{k+1}y) + (1 - \theta) \varphi({}^k t, {}^k y) \quad (5.22)$$

$\Delta t$  est le pas de temps et  $\theta$  le paramètre de discrétisation. Si  $\theta = 0$ , le schéma est dit explicite, si  $\theta \neq 0$ , le schéma est dit implicite. Pour  $\theta = 0.5$ , on retrouve le schéma classique de Cranck – Nicholson (Cranck et Nicholson, 1947)

En appliquant la théta – méthode à l'équation (5.20), on obtient :

$$\int_{\Omega} \phi(1 - S_l) ({}^{k+1}P_g - {}^k P_g) v d\Omega + \int_{\Omega} [(\theta \lambda_p({}^{k+1}P_g) \nabla {}^{k+1}P_g \nabla v + (1 - \theta) \lambda_p({}^k P_g) \nabla {}^k P_g \nabla v] d\Omega$$

$$- \int_{\Gamma} [\theta \lambda_p({}^{k+1}P_g) ({}^{k+1} \frac{\partial P_g}{\partial n}) v + (1 - \theta) \lambda_p({}^k P_g) ({}^k \frac{\partial P_g}{\partial n}) v] d\Gamma = 0 \quad (5.23)$$

L'équation (5.23) est ensuite discrétisée en espace par la méthode des éléments finis. Le système à résoudre est finalement donné par :

$$MP^{no} = F \quad (5.24)$$

avec  $P^{no}$  les inconnues nodales de la pression et

$$\begin{aligned}
M &= \int_{\Omega} \phi(1 - S_l) \frac{v v}{\Delta t} d\Omega + \theta \int_{\Omega} \lambda_p({}^{k+1}P_g) \nabla v \nabla v d\Omega \\
F &= \int_{\Omega} \phi(1 - S_l) \frac{{}^k T}{\Delta t} v d\Omega - \int_{\Omega} (1 - \theta) \lambda({}^k P) \nabla^k P \nabla v d\Omega \\
&+ \int_{\Gamma} [\theta \lambda_p({}^{k+1}P_g)^{k+1} (\frac{\partial P_g}{\partial n})_v + (1 - \theta) \lambda_p({}^k P_g)^k (\frac{\partial P_g}{\partial n})_v] d\Gamma
\end{aligned} \tag{5.25}$$

L'équation (5.24) est résolue à l'aide de la méthode itérative classique de Newton – Raphson.

### 1.5 Bilan des paramètres

Dans notre approche, trois calculs sont réalisés successivement : une simulation du comportement mécanique aboutissant à une distribution de l'endommagement, un calcul de séchage pour la détermination du profil de saturation et finalement une modélisation hydraulique afin d'évaluer l'impact de l'endommagement et de la saturation sur la mise en pression de la structure étudiée. Cette section est l'occasion de faire un bilan sur le nombre de paramètres affecté à chaque étape :

- pour le calcul mécanique, les coefficients dépendent de la relation de comportement choisie. Pour le modèle élastique plastique endommageable du chapitre 3, on en compte 17 (7 pour le modèle d'endommagement du chapitre 1).

- pour le calcul de séchage, dix paramètres sont nécessaires : le coefficient de diffusion  $\lambda_T$  et la chaleur volumique  $\rho C_p$  pour l'équation de thermique (5.3),  $A$ ,  $B$ ,  $T_0$ ,  $\frac{Q_i}{R}$  pour l'évolution du

coefficient de diffusion  $\lambda_C$  (5.2),  $C_0$ ,  $C_{eq}$  et  $\beta$  dans la définition des conditions aux limites (flux d'humidité) (5.4). Enfin,  $C_{sat}$  permet de passer de la teneur en eau volumique au degré de saturation. En s'appuyant sur les résultats de Debruyne (2003) et Granger (1995), les six premiers coefficients prennent des valeurs fixes. On choisit ainsi dans le reste du document :

$\lambda_T$  égal à  $8000 \text{ J/m}^3/\text{°C}$ ,  $\rho C_p = 2.4 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3/\text{°C}$ ,  $A = 3.8 \cdot 10^{-13}$ ,  $B = 0.05$ ,  $T_0 = 0\text{°C}$  et  $\frac{Q_i}{R} = 4700 \text{ K}^{-1}$ .

- enfin, pour l'étape hydraulique, quatre variables supplémentaires sont utilisées, la porosité

$\phi$  (égale à  $\frac{C_{sat}}{1000}$  par définition), la viscosité dynamique  $\eta_g$  (une valeur classique de  $1.8 \cdot 10^{-5}$

$\text{kg/m.s}$  sera prise par défaut), la perméabilité intrinsèque  $K$  (loi d'évolution fonction de l'endommagement) et la perméabilité relative au gaz  $k_{rg}$  (loi d'évolution fonction de la saturation).

La méthodologie complète nécessite donc la connaissance de 31 coefficients avec la loi élastique plastique endommageable (21 avec le modèle du chapitre 1). Pour la partie mécanique, une technique de calage a été proposée dans le chapitre 3. Pour les données de séchage, on s'appuiera sur les résultats de Granger (1995) qui propose des valeurs caractéristiques obtenues après calcul sur une enceinte de confinement réelle. Enfin, pour la partie hydraulique, les lois d'évolution des perméabilités sont données dans le chapitre 4. L'ensemble des 31 coefficients peut donc être défini.

## 2 Validation – Applications élémentaires

Afin de vérifier l'implantation de l'algorithme de résolution, plusieurs essais élémentaires ont été considérés. Dans un premier temps, on compare nos résultats à ceux obtenus par d'autres méthodes déjà validées (thermique linéaire, non linéaire ...). On utilise pour ce faire l'analogie observée entre la formule (5.10) et celles des équations de thermique, thermique linéaire d'une part ( $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T$  avec  $\rho C_p$  la chaleur volumique à pression constante,  $T$  la température et  $\lambda$  le coefficient constant de conductivité thermique) et thermique non linéaire d'autre part ( $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -div(-\lambda(T)\nabla T)$ ).

### 2.1 Validation de l'implémentation – thermique linéaire

On se place ici dans le cas où le coefficient de diffusion  $\lambda_p$  est indépendant de la pression, de manière à résoudre un système identique à celui de la thermique linéaire, c'est – à – dire :

$$H \frac{\partial P_g}{\partial t} = \lambda \Delta P_g \quad (5.26)$$

où  $H$  et  $\lambda$  sont deux constantes fixées par l'utilisateur. On choisit  $\lambda = 1.27 \cdot 10^{-6}$  et  $H = 0.3$ . Ce problème est totalement fictif et n'a pour objectif que de valider sur un cas simple l'implantation numérique de l'équation (5.24). Un cube est maillé avec 40 éléments linéaires cubiques à 8 nœuds dans l'épaisseur. Une pression de 10 MPa est appliquée à une extrémité tout en gardant une pression nulle sur la face opposée (voir figure 5.3). Des conditions de flux nul sont considérées sur les autres faces. Les résultats fournis par l'algorithme de résolution de thermique linéaire (Lefebvre, 1995) sont comparés à ceux de l'équation (5.24) (figure 5.4) en terme de profil de pression dans l'épaisseur et à un instant donné. Pour ce cas test particulier, les deux évolutions sont identiques, tendant à valider l'implantation numérique de la méthode.

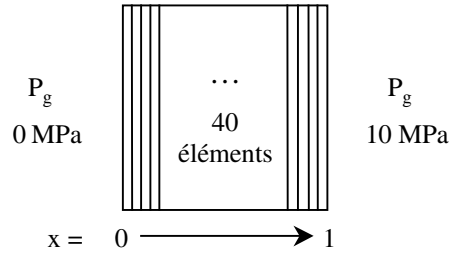


Figure 5.3 : Conditions aux limites et discrétisation

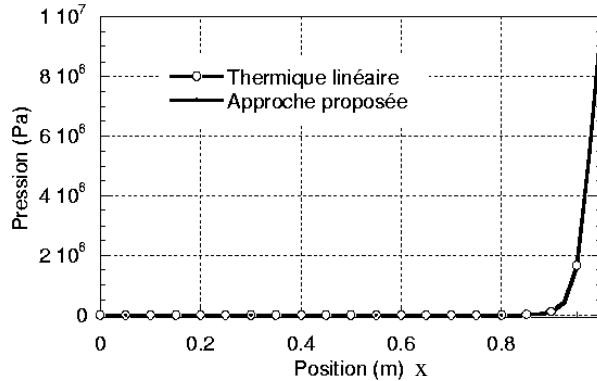


Figure 5.4 : Comparaison thermique linéaire – Approche hydraulique

## 2.2 Perméabilité et saturation homogènes – thermique non linéaire

On se place à présent dans le cas où la saturation et l'endommagement sont homogènes sur l'ensemble de l'échantillon. Le coefficient de diffusion  $\lambda_p$  devient alors une fonction linéaire de la pression de gaz. L'équation (5.10) s'écrit :

$$H \frac{\partial P_g}{\partial t} = -\text{div}(-\lambda \cdot P_g \text{grad}(P_g)) \quad (5.27)$$

avec  $H$  et  $\lambda$  deux constantes laissées au choix de l'utilisateur. Ici,  $H = 0.3$  et  $\lambda = 1.27 \cdot 10^{-6}$ . Il est à noter que cette situation correspond au contexte des mesures expérimentales de perméabilité au gaz (saturation et endommagement moyens constants voir section 1.3). L'expression (5.27) est en fait une application directe des équations de thermique non linéaire développée par Durand (2000) dans le code éléments finis. La comparaison entre cette méthode et notre approche est illustrée dans la figure 5.5. Il s'agit des profils de pressions dans l'épaisseur à un instant donné. Les conditions aux limites sont celles de la figure 5.3. Les deux courbes se superposent. L'implantation numérique de l'équation (5.10) est donc une nouvelle fois validée.

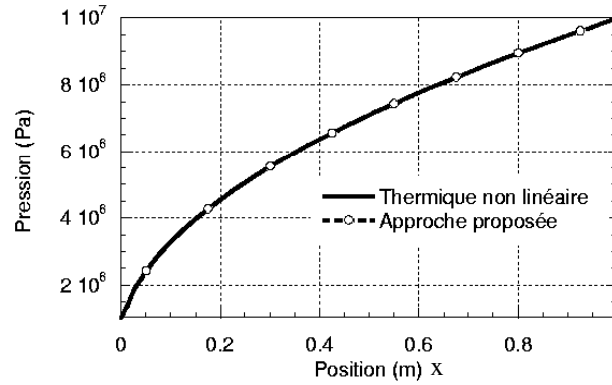


Figure 5.5 : Comparaison thermique non linéaire – calcul « hydraulique »

### 2.3 Application à un cube à degré de saturation variable

#### 2.3.1 Principe

On considère ici un cube de dimensions unitaires chargé en compression simple (solllicitations mécaniques), séché (solllicitations hydriques) puis soumis à un gradient de pression de gaz égal à 0.48 MPa (1 MPa à une extrémité, 1.48 MPa de l'autre) (figure 5.6).

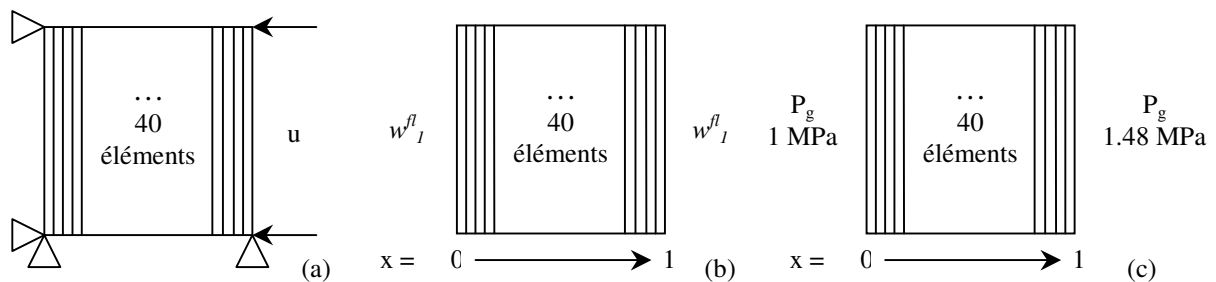


Figure 5.6 : Cube endommagé (a), séché (b) puis soumis à une pression hydraulique (c). Conditions aux limites

La première étape du calcul chaîné consiste à charger mécaniquement l'échantillon jusqu'à un niveau de sollicitations donné (déplacement imposé  $u$ ). Pour cet essai, la distribution de l'endommagement est homogène. Arbitrairement, le calcul est stoppé lorsque  $D$  atteint 0.233. Dans un second temps, on applique les sollicitations hydriques (indépendamment du calcul mécanique). Les conditions initiales et aux limites sont les suivantes :

- température homogène égale à  $15^{\circ}\text{C}$
- flux  $w^{fl}_I$  imposé sur les faces interne et externe (gauche et droite) avec  $\beta = 3.4 \cdot 10^{-8}$ ,  $C_{sat} = 107.5 \text{ l/m}^3$  (égale à  $C_0$  dans ce cas) et  $C_{eq} = 69.1 \text{ l/m}^3$  (conditions de séchage d'une enceinte de confinement réelle sur les cinq premières années (Granger, 1995)). Le cube est supposé initialement saturé en eau.

Enfin, connaissant le champ d'endommagement et de teneur en eau, une pression hydraulique est imposée sur les faces de l'échantillon. La porosité est ici prise égale à 0.107.

La séquence du calcul est illustrée dans la figure 5.7. Les résultats font clairement ressortir l'influence de la saturation. Le profil de perméabilité suit en effet celui de  $S_l$ :  $K_g$  est plus forte à l'extérieur qu'au centre de l'éprouvette. Ce calcul simple mais représentatif permet de mettre en évidence le principe de la méthode et de la tester dans un cas où la perméabilité  $K_g$  (et donc le coefficient de diffusion  $\lambda_p$ ) n'est pas homogène.

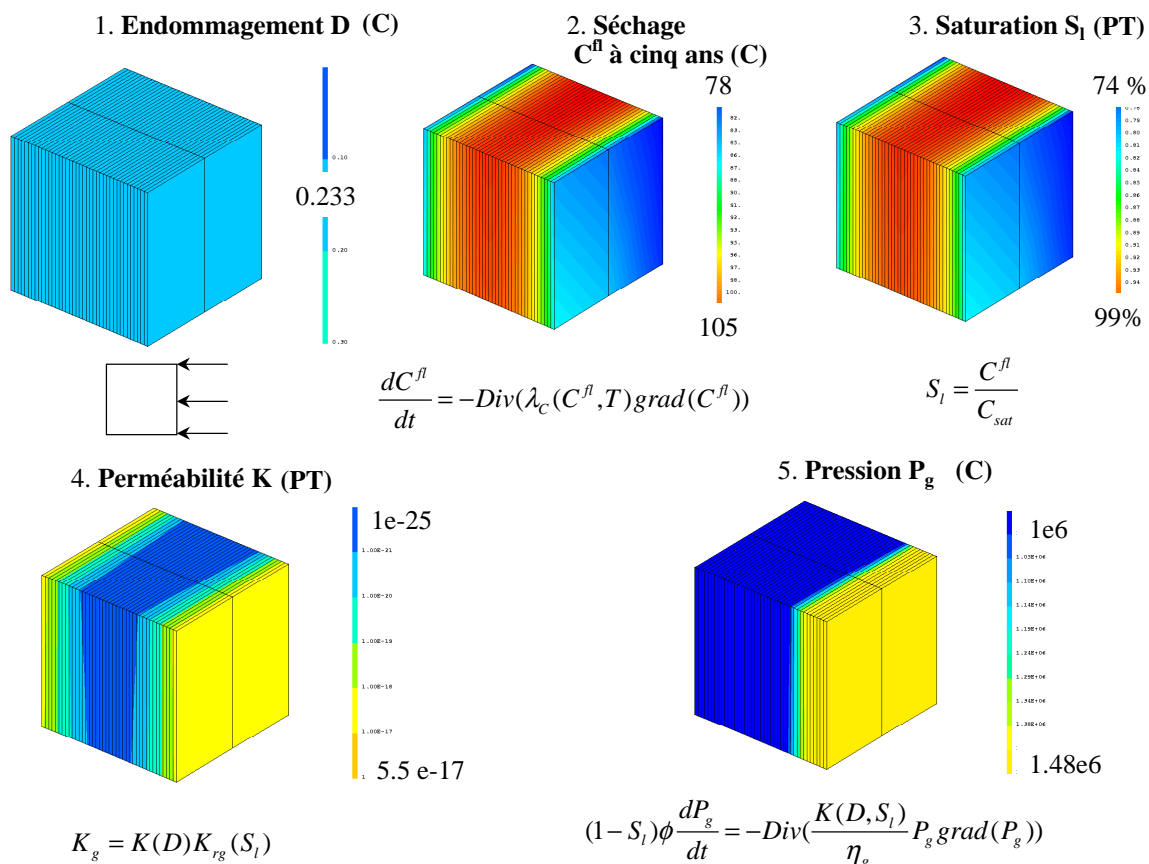


Figure 5.7 : Principe de la méthode chaînée. Application à un cube séché et sollicité en compression simple. Les commentaires associés à chaque étape ont la signification suivante (C) pour des données calculées et (PT) pour des données postraitées à partir de résultats de calcul

### 2.3.2 Influence de la loi de comportement mécanique

L'application présentée dans le paragraphe précédent est aussi l'occasion de souligner l'importance du choix du modèle mécanique. Pour cela, la relation élastique plastique endommageable présentée dans le chapitre 3 d'une part, le modèle d'endommagement isotrope seul (sans plasticité) du chapitre 1 d'autre part sont utilisés pour appliquer la compression (avec les coefficients donnés respectivement dans les tableaux 3.5 et 3.6). Pour simplifier le calcul, le degré de saturation est pris constant, fixé à 15 %. Seules les caractéristiques mécaniques peuvent donc varier. Le tableau 5.1 illustre les différences observées.

Modèle	$\epsilon$	$\sigma$ (Pa)	D	$S_1$	$K_g^*$ (m <sup>2</sup> )	Flux (kg.s <sup>-3</sup> )**
Endo.	-0.002	-2.64 10 <sup>7</sup>	0.3641	0.15	3.38 10 <sup>-14</sup>	2 10 <sup>3</sup>
Endo - plas	-0.002	-2.54 10 <sup>7</sup>	0.2327	0.15	2.46 10 <sup>-15</sup>	1.45 10 <sup>2</sup>

Tableau 5.1 : Comparaison des réponses « hydrauliques » avec le modèle d'endommagement seul et le modèle élastique plastique endommageable. \* La perméabilité initiale du matériau est égale à 10<sup>-16</sup> m<sup>2</sup>. Les évolutions des perméabilités sont évaluées à partir des équations présentées dans le chapitre 4 (loi seuil). \*\* Le « flux » correspond en fait au calcul de  $-\lambda_p(P_g) \text{ grad}(P_g)$  de l'équation de diffusion (5.10). Les flux sortants sont positifs (convention de signe)

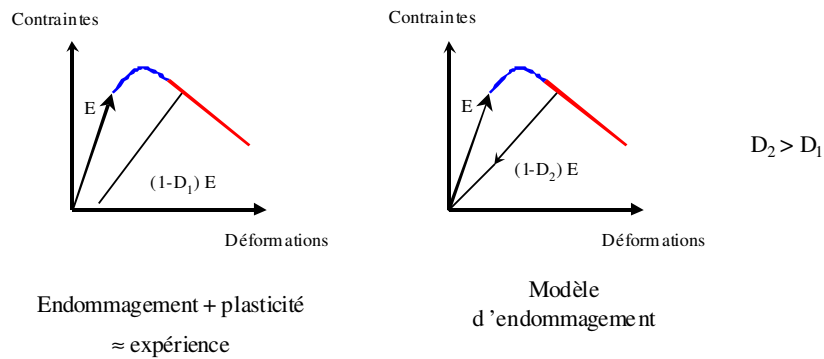


Figure 5.8 : Influence de la loi de comportement mécanique sur la valeur de l'endommagement

A comportement mécanique monotone identique (environ la même contrainte pour une même déformation), le modèle d'endommagement seul propose un flux hydraulique axial environ dix fois supérieur au flux obtenu avec le modèle élastique plastique endommageable. Cela provient de l'estimation de l'endommagement (figure 5.8). La pente de déchargement simulée par le modèle de Mazars étant sous estimée par rapport à celle donnée par la formulation plastique, les endommagements sont eux – aussi différents.

En conclusion, le choix du modèle de comportement n'est pas anodin. Même si les deux lois sont capables de reproduire globalement le comportement mécanique du béton (élasticité – écrouissage positif – adoucissement), elles estiment les endommagements, et par conséquent les flux hydrauliques, de manière très différente.

### 3 Application au comportement d'une partie courante d'enceinte de confinement (PACE)

#### 3.1 Simulation de l'épreuve enceinte

##### 3.1.1 Comportements mécanique et hydrique

On cherche à simuler, au moins qualitativement, les comportements mécanique, hydrique et hydraulique de la partie courante d'enceinte de confinement. Comme dans l'exemple du cube de dimension unitaire (voir section 2.3.1), le calcul est réalisé en trois étapes.

Pour l'application du chargement mécanique, le modèle élastique plastique endommageable est utilisé avec les coefficients du tableau 3.14 (chapitre 3). On se reportera au chapitre 1 pour les conditions aux limites et les chargements (mise en pression interne). La simulation est arrêtée pour un niveau de pression donné. Celui-ci est choisi afin de vérifier au mieux les hypothèses d'application de la relation endommagement – perméabilité du chapitre 4. En particulier, même si l'on autorise une zone endommagée partiellement localisée, la « fissure » ne doit en aucun cas être traversante (domaine de validité des lois d'écoulement de type Poiseuille, voir chapitre 4). Sous ces conditions, le profil d'endommagement retenu est celui de la figure 5.9 (a). Pour ce chargement particulier, l'endommagement se localise en haut de volume et autour des câbles de précontraintes horizontaux (voir conclusions du chapitre 1).

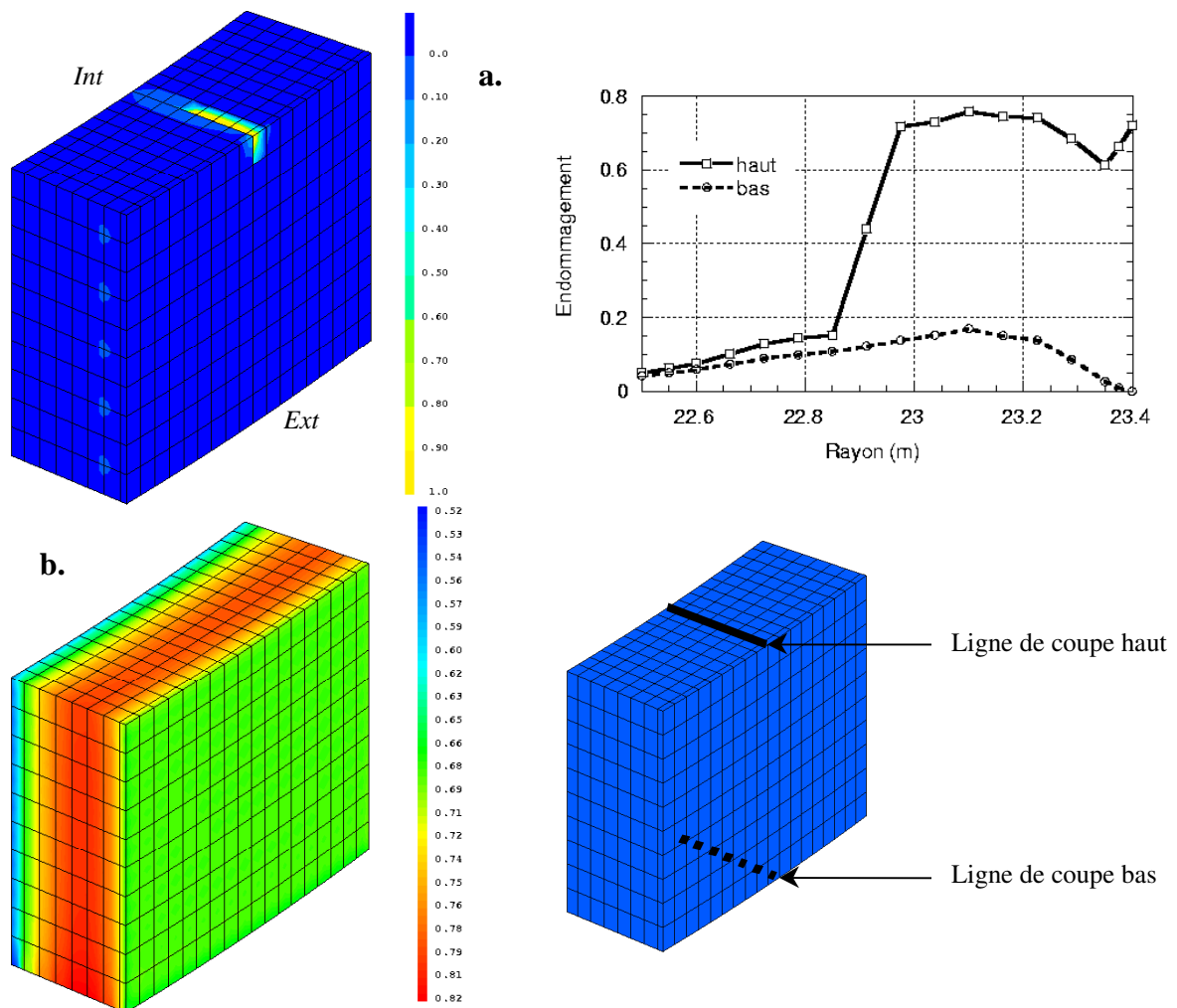


Figure 5.9 : Profils d'endommagement (a) et de saturation (b) retenus pour le calcul sur PACE. Pour les courbes d'endommagement, « haut » et « bas » correspondent au plan de coupe de la figure en bas à droite. L'endommagement (champ au point de gauss) est interpolé aux nœuds puis moyenné pour prendre en compte la participation de chaque élément voisin. Ceci explique en partie les profils observés sur la face haute.



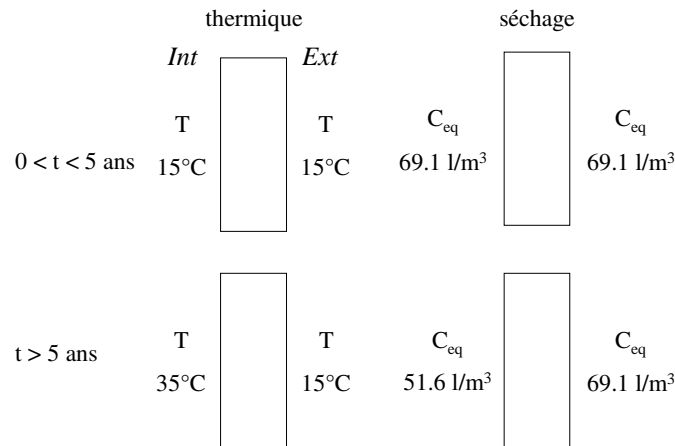


Figure 5.10 : Conditions aux limites pour les calculs thermiques et de séchage

Il aurait sans doute été préférable d'obtenir des zones faiblement endommagées ( $0 < D < 0.3$ ), plus proches du domaine de validité de la relation endommagement – perméabilité mais le comportement mécanique de la structure ne le permet pas.

Parallèlement au calcul mécanique, la simulation du séchage est conduite de la manière suivante (schéma de la figure 5.10) :

- pour le calcul thermique préliminaire (obtention du profil de température dans le temps et l'espace pour l'évaluation du coefficient de diffusion  $\lambda_c$ ) : pendant les cinq premières années, la température est imposée sur les faces interne et externe à 15°C puis à partir de la cinquième année la température en paroi interne passe à 35°C.
- pour le calcul de séchage : les conditions aux limites sont exprimées en terme de flux normal d'humidité sur les parois interne et externe de la partie courante d'enceinte. En suivant l'expression donnée en (5.4), les paramètres sont fixés de la manière suivante :  $\beta = 3.4 \cdot 10^{-8}$ ,  $C_{sat} = 105.7 \text{ l/m}^3$ ,  $C_{eq} = 69.1 \text{ l/m}^3$  pendant les cinq premières années puis  $C_{eq} = 51.6 \text{ l/m}^3$  de 5 à 54 ans sur la face interne et  $C_{eq} = 69.1 \text{ l/m}^3$  sur la face externe. Ces conditions aux limites hydriques sont celles utilisées par Granger (1995) pour caler le comportement d'une enceinte de confinement réelle.

Le profil de saturation calculé après 54 ans de séchage est donné dans la figure 5.9 (b). Celui-ci n'est pas symétrique à cause de la non symétrie des conditions appliquées. Connaissant  $D$  et  $S_l$ , la carte de perméabilité peut être ensuite déduite à partir des équations du chapitre 4 (loi seuil). Le résultat est présenté dans la figure 5.11. La distribution de  $K_g$  est directement guidée par l'endommagement et le degré de saturation. Ainsi, on remarque une « bande » de perméabilité localisée en haut de la structure correspondant à la localisation de  $D$  (valeur de  $K_g$  d'environ  $10^{-7} \text{ m}^2$ ).

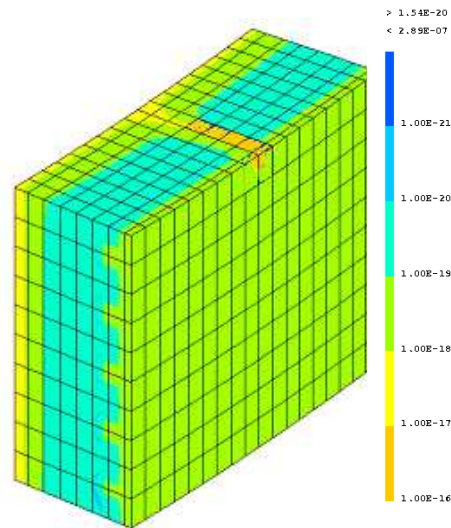


Figure 5.11 : Profil de perméabilité totale  $K_g$  obtenu à partir des distributions d'endommagement et de degré de saturation.

L'influence du degré de saturation est aussi marquée avec une perméabilité au gaz plus grande sur les extérieurs du volume (faces interne et externe) et diminuant au fur et à mesure que la distance au centre décroît. En conséquence, une forte amplitude sur  $K_g$  est obtenue ( $K_{g \min} = 10^{-20} \text{ m}^2$ ,  $K_{g \max} = 10^{-7} \text{ m}^2$ ). La valeur maximale de la perméabilité ( $10^{-7} \text{ m}^2$ ) n'a pas de signification physique particulière. Il s'agit simplement d'une tendance qualitative pour le comportement hydraulique des structures. Après les calculs hydrique et mécanique préliminaires à la détermination de la propriété de transfert, le comportement hydraulique va être maintenant étudié.

### 3.1.2 Mise en pression – chargement fictif

La mise en pression hydraulique (équation (5.10)) est réalisée en deux étapes :

- Augmentation de la pression de la face interne de 0.1 MPa à 0.58 MPa en 200 pas de temps jusqu'à  $t = 3.6 \text{ s}$  ( $\Delta t = 0.018 \text{ s}$ ) par palier régulier (pression externe constante égale à la pression atmosphérique)
- Palier de pression à 0.58 MPa en 600 pas de temps jusqu'à  $t = t_{\text{fin}}$  variable (pression externe toujours constante égale à la pression atmosphérique).

Des conditions de flux nul sur les faces latérales sont ajoutées afin de garantir la représentativité du calcul. La porosité  $\phi$  est prise égale à 0.1057 et  $C_{\text{sat}} = 105.7 \text{ l/m}^3$  (données de calage proposées par Granger (1995) pour le comportement d'une enceinte de confinement réelle)

On cherche par ce test à visualiser l'évolution des pressions dans le volume et en particulier les effets liés aux hétérogénéités de la perméabilité. La figure 5.12 montre la répartition de  $P_g$

sur l'épaisseur pendant la première phase (chargement progressif jusqu'à  $t = 3.6$  s) et suivant deux plans de coupe (répertoriés « haut » et « milieu » sur la figure 5.13). Ces courbes mettent en évidence un comportement numérique particulier avec l'apparition d'oscillations. Les causes de ce phénomène seront étudiées plus en détail dans la section suivante.

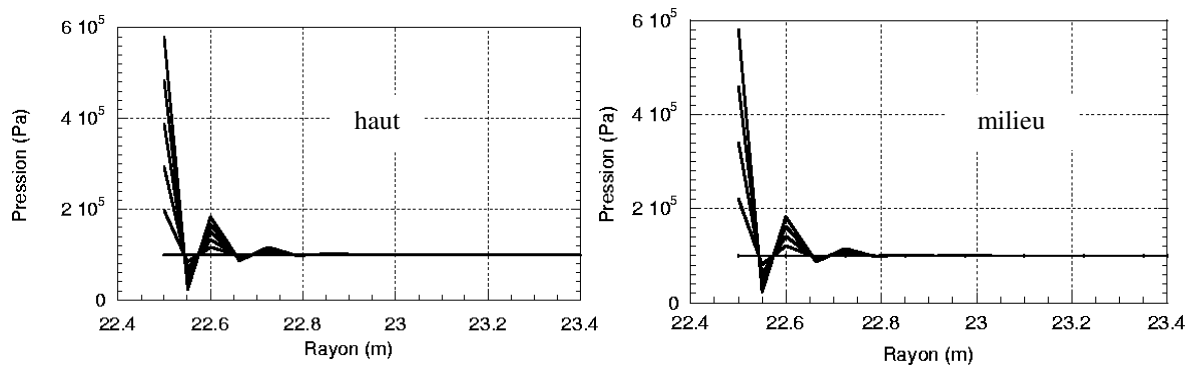


Figure 5.12 : Evolution des profils de pression en haut et au milieu de PACE dans le temps. Phase de mise en pression ( $0 < t < 3.6$ s)

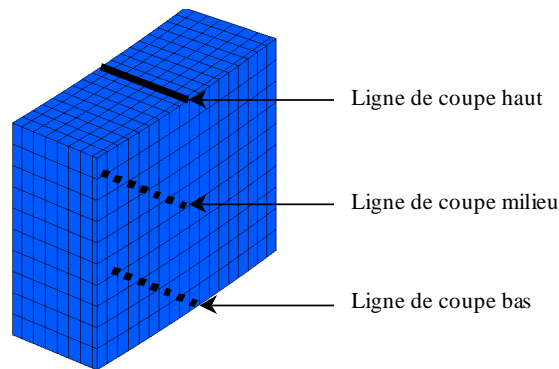


Figure 5.13 : Définition des plans de coupe pour les profils de pression

La figure 5.14 donne les profils, durant le palier à 0.58 MPa, en haut, au milieu et en bas du volume, pour  $t_{\text{fin}} = 7200$  s ( $\Delta t = 12$  s). La figure 5.15 propose la même description pour  $t_{\text{fin}} = 2 \times 10^6$  s ( $\Delta t = 3333$  s). Pour  $t_{\text{fin}} = 7200$  s, le régime stationnaire n'est pas atteint. On retrouve le phénomène d'oscillations qui tend à s'atténuer au fur et à mesure que le temps d'essai augmente. Les comportements sont globalement identiques quelle que soit la hauteur considérée. Pour un temps de fin de calcul plus grand ( $t_{\text{fin}} = 2 \times 10^6$  s), un régime stationnaire est très rapidement atteint en haut de volume. La pression dans la zone endommagée à  $D$  proche de 1 reste constante égale à 0.1 MPa. Ce résultat est consécutif aux fortes valeurs de perméabilité observées, de l'ordre de  $10^{-7}$  m<sup>2</sup> expliquant la cinétique rapide comparée au milieu et au bas de la structure.

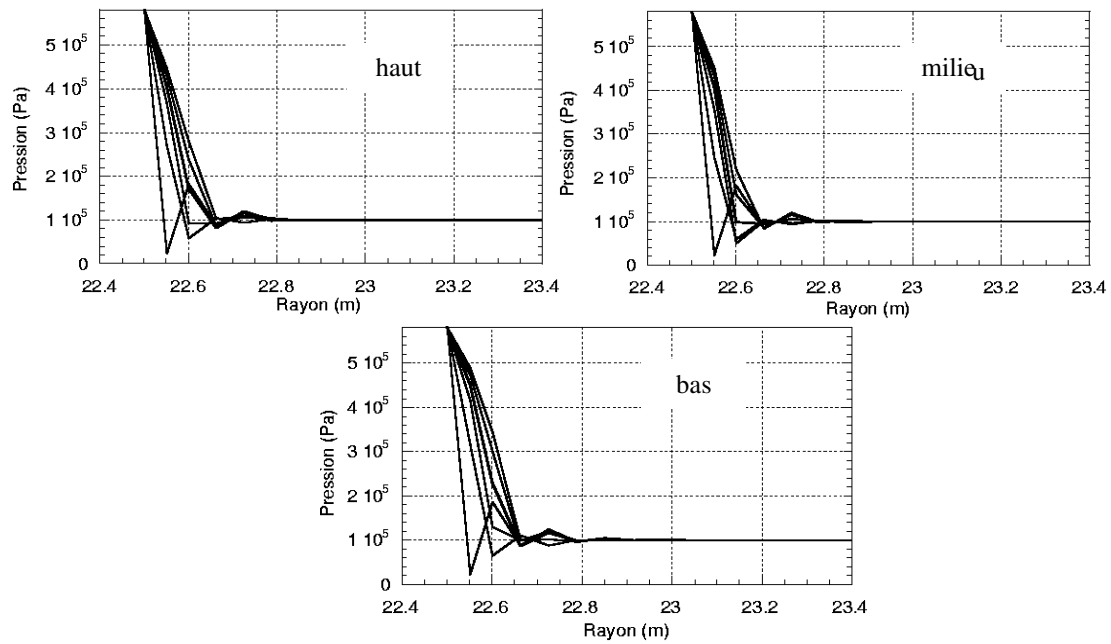


Figure 5.14 : Evolution des pressions (haut et milieu de PACE) dans le temps. Palier de pression –  $t_{fin} = 7200$  s

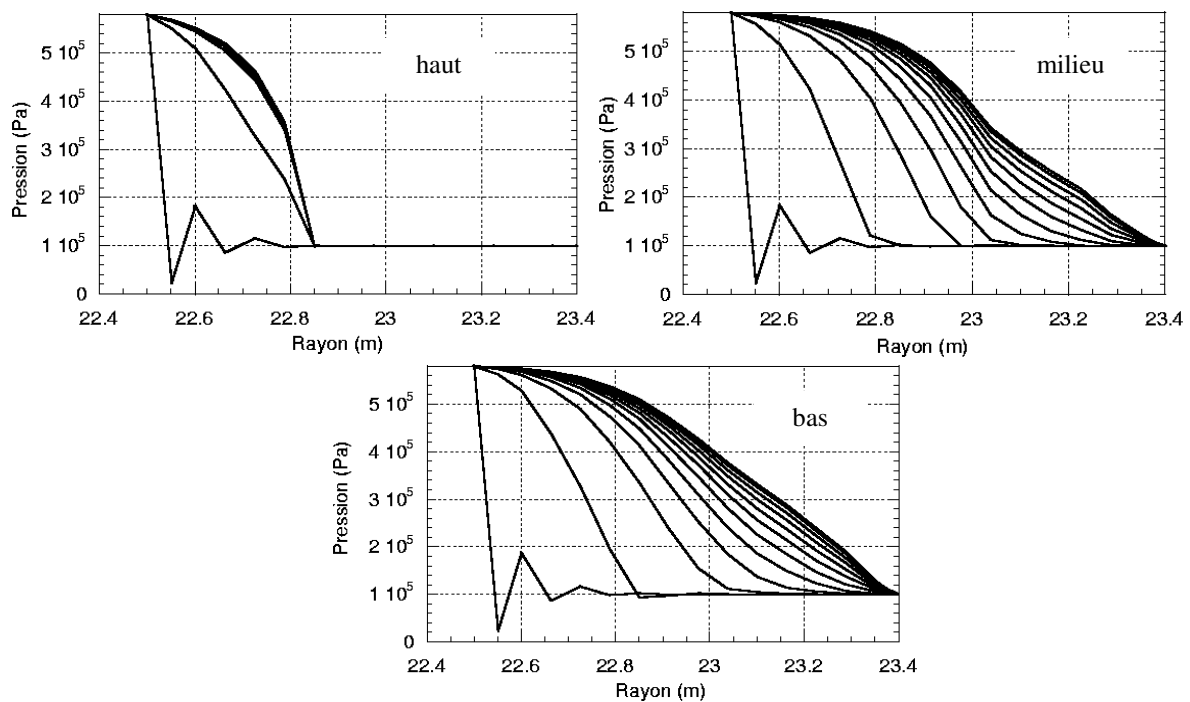


Figure 5.15 : Evolution des profils de pression en haut et au milieu de PACE dans le temps. Palier de pression –  $t_{fin} = 7200$  s. Palier de pression –  $t_{fin} = 2 \cdot 10^6$  s

Sur ces deux lignes de coupe, les comportements sont globalement identiques même si l'endommagement présent en bas de PACE d'une part, l'influence de la zone haute sur le milieu d'autre part, provoquent des différences logiques de profil.

En complément de ces remarques locales, la figure 5.16 montre l'évolution de la pression dans le temps sur l'ensemble du volume. On retrouve les résultats obtenus avec les coupes.

Une bande de pression à 0.1 MPa (égale à la pression atmosphérique) se forme en haut de la structure correspondant à la zone endommagée à perméabilité forte. Ailleurs, le comportement hydraulique reste « classique ». En particulier près des faces latérales, la distribution est progressive et uniquement influencée par les différences de degré de saturation. On note tout de même au niveau des câbles de précontraintes horizontaux des « ondulations » en fin de calcul (zone en pointillés), probablement provoquées par l'endommagement initial dû à la précontrainte, comme illustré dans la figure 5.9.

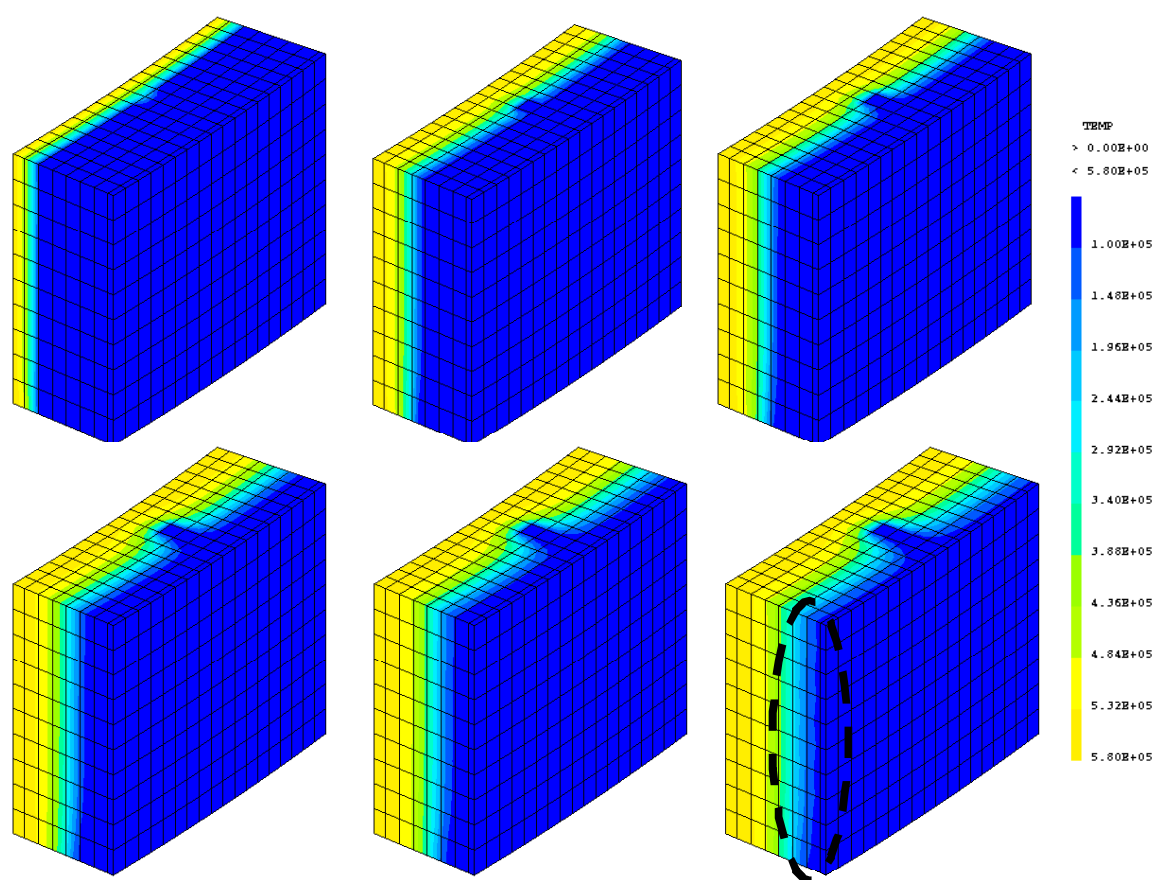


Figure 5.16 : Evolution des pressions dans PACE avec le temps

La figure 5.17 propose pour  $t_{fin} = 2 \cdot 10^6$  s la distribution des pressions à l'intérieur de PACE. Une zone « d'influence » se crée dans la hauteur autour de la bande de forte perméabilité en haut de volume sur trois à quatre éléments (quatrième et cinquième figures). La distribution non homogène obtenue sur la sixième figure (zone pointillée) peut paraître surprenante. Elle est simplement due à la représentation graphique. Ces distributions fournissent des premières informations sur le comportement hydraulique consécutif à un gradient de pression de gaz. En particulier, elles témoignent de l'influence de la perméabilité (et donc de l'endommagement et du degré de saturation). Néanmoins, dans une logique industrielle, elles ne sont pas

suffisantes. En effet, afin de localiser les zones à risque, présentant un potentiel de fuite élevé, un indicateur, directement utilisable, doit être défini. Pour cela, on choisit le flux radial, représentatif de la quantité de matière pouvant traverser la structure.

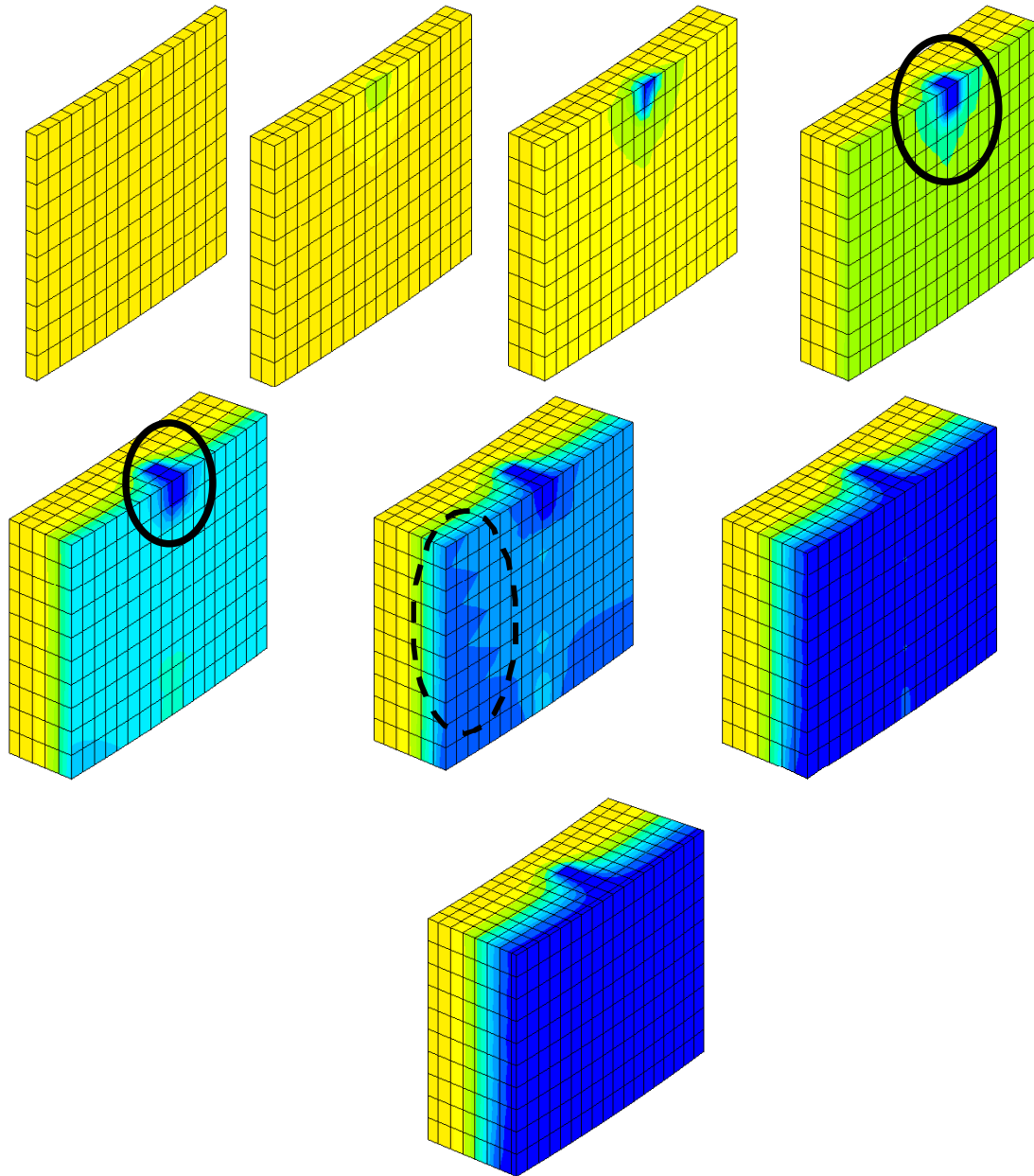


Figure 5.17 : Distribution des pressions à l'intérieur de PACE à  $t = 2 \cdot 10^6$  s. Les zones cerclées correspondent aux observations du texte. Les échelles de couleur sont les mêmes que celles de la figure 5.14

Cette variable (vecteur  $flux$  en  $kg \cdot s^{-3}$ ) est calculée à partir de la formule suivante :

$$flux = -\lambda_p(P_g) grad(P_g) \quad (5.28)$$

La figure 5.18 illustre la répartition de cette quantité en fin de calcul ( $t = 2 \cdot 10^6$  s). Pour notre test, le flux se concentre essentiellement dans la zone à perméabilité élevée (fort coefficient de

diffusion) avec des valeurs proches de zéro en dehors de cette partie « critique ». On peut donc valider au moins qualitativement notre méthodologie.

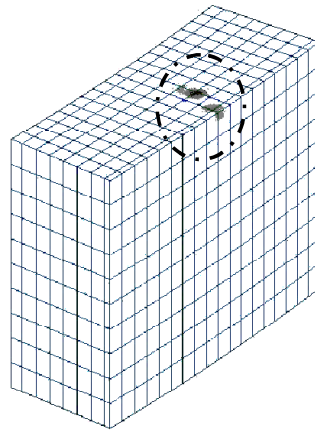


Figure 5.18 : Flux radial à  $t = 2 \cdot 10^6$  s. Les zones grisées correspondent aux zones de flux maximal.

En conclusion, le calcul sur la partie courante d'enceinte de confinement souligne plusieurs tendances :

- Numériquement, des phénomènes d'oscillations apparaissent pendant la mise en pression
- L'effet de la saturation et de l'endommagement est direct sur l'évolution des profils de pression. En particulier, la zone endommagée en haut de volume crée une bande de pression à 0.1 MPa, tandis que les câbles de précontraintes génèrent des modifications de la répartition.
- L'étude des flux montre une zone à fort « débit ».

### 3.2 Influence des paramètres de modélisation

Afin d'observer les influences respectives des paramètres déterminant la valeur de la perméabilité, trois études, s'appuyant sur le Volume Structurel Représentatif, sont proposées : la première juge l'importance de l'endommagement, la seconde celle du degré de saturation et enfin la troisième celle du choix de la loi de comportement mécanique.

#### 3.2.1 Influence de l'endommagement

On compare les résultats de la section 3.1. avec un calcul à endommagement homogène nul (échantillon sain). La distribution du degré de saturation est prise identique à celle de la figure 5.9. La figure 5.19 présente l'évolution des pressions dans le temps en trois points de mesure (surface basse, rayon 22.6, 23.09 et 23.35 m) pour les deux études. Les coefficients du calcul hydraulique sont ceux de la section 3.1.2.

Pour le point situé du côté de la face interne ( $r=22.6$  m), les comportements simulés dans les deux situations sont identiques. La pression augmente jusqu'à atteindre le palier de 0.58 MPa. Pour les deux autres points, en un temps donné, la pression obtenue à  $D$  non nul est supérieure

à celle de l'échantillon sain. L'endommagement provoque une augmentation de la perméabilité (chapitre 4) et donc une mise en pression plus rapide (coefficient de l'équation (5.10)). De la même manière, les états stationnaires ne sont pas identiques. On quantifie ainsi l'influence de l'état mécanique sur le comportement hydraulique de la structure.

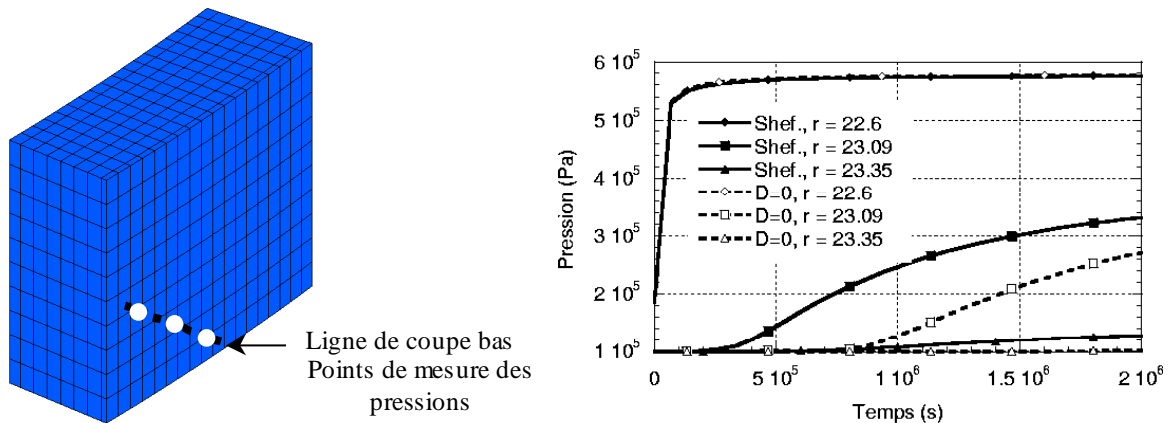


Figure 5.19 : Profil de pressions pour l'échantillon sain et comparaison avec les résultats de la section 3.1. « Shef » correspond aux simulations utilisant le modèle élastique plastique endommageable.

### 3.2.2 Influence du degré de saturation

Pour étudier l'impact du degré de saturation, un calcul à endommagement et saturation nuls est réalisé. Les résultats de cette simulation sont comparés à ceux de la section 3.1 (figure 5.20). Plusieurs différences ressortent de la comparaison. Si l'on considère une structure saine et sèche, l'état stationnaire est atteint au bout de 20000 s. Au contraire, avec les conditions définies dans la section 3.1, le profil de pression n'évolue plus au bout de 2000000 s. La cinétique de mise en pression est donc beaucoup plus rapide dans le premier cas.

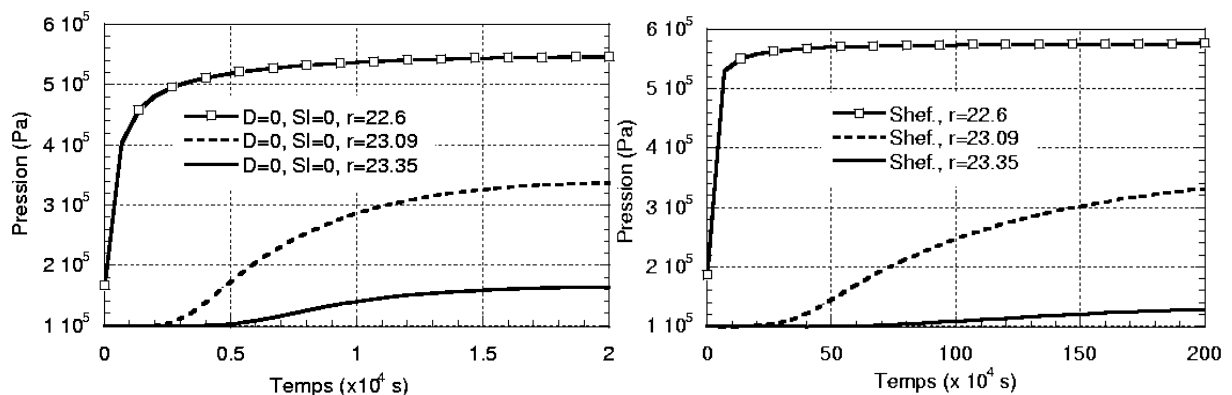


Figure 5.20 : Profil de pression pour l'échantillon sec et sain (a) et en conditions initiales (b)



L'impact du degré de saturation sur le comportement « hydraulique » est donc quantifié : un état sec impose une perméabilité plus forte (chapitre 4) et donc une évolution plus rapide des pressions. Les écarts sont marqués : une diminution de 70% de la saturation divise par 100 le temps nécessaire à l'obtention du régime stationnaire.

### 3.2.3 Influence du choix de la loi de comportement mécanique

La section 2.3.2 a mis en évidence, sur un exemple académique, l'importance du choix de la loi de comportement mécanique sur la réponse hydraulique du matériau. Ce test était particulièrement favorable dans la mesure où les chargements étaient en compression, domaine où les différences entre modèle d'endommagement seul et relation élastique plastique endommageable sont les plus marquées.

Peut-on maintenant généraliser cette observation sur une structure complexe dont les sollicitations principales sont en traction ?

Pour répondre à cette question, on compare les résultats de la section 3.1 à un calcul pour lequel l'état mécanique est obtenu avec le modèle isotrope du chapitre 1. Les profils de saturation sont identiques dans les deux cas et conformes à la figure 5.9. Les distributions d'endommagement fournies par les deux simulations sont données dans la figure 5.21. L'avancée de la zone localisée en haut de volume est globalement identique. Néanmoins, dans le reste de la structure, le modèle de comportement ignorant les déformations irréversibles, donne un endommagement globalement supérieur. En particulier, une zone étendue se développe dans laquelle  $D = 0.3$  (figure 5.21 a). Les comparaisons en terme de pression sont illustrées dans la figure 5.22.

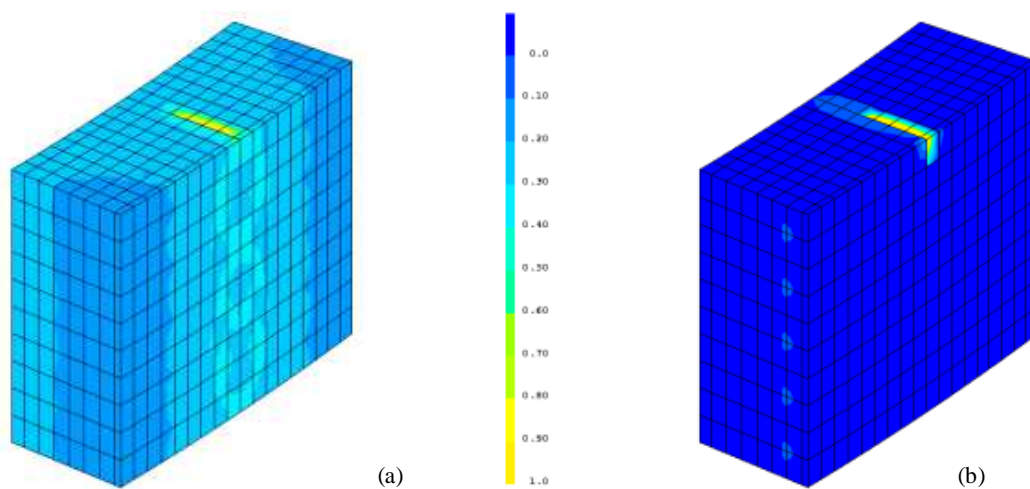


Figure 5.21 : Profils d'endommagement. Modèle d'endommagement seul (a) Modèle élastique plastique endommageable (b)

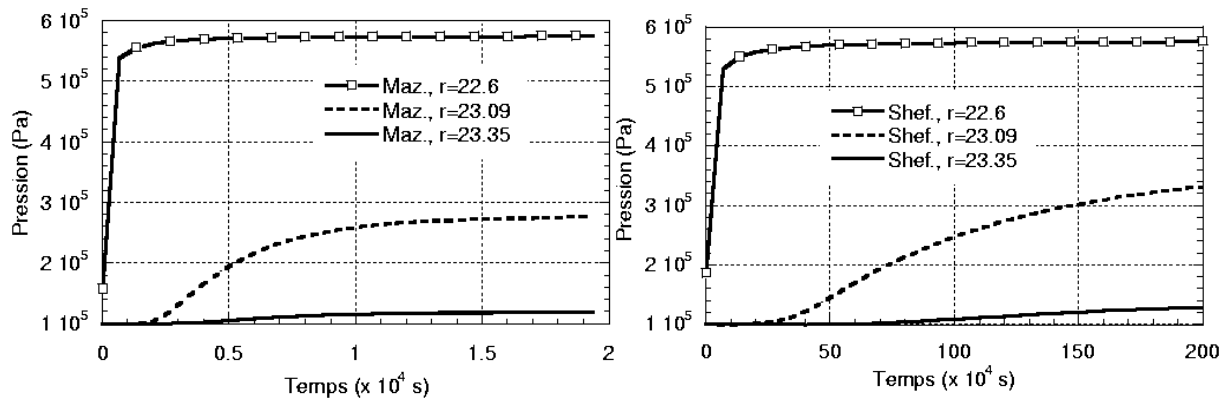


Figure 5.22 : Evolution des pressions. Comparaison des modèles d'endommagement seul (Maz) et d'endommagement + plasticité (Shef)

Des différences marquées de comportement apparaissent. Le temps nécessaire à l'obtention du régime stationnaire est multiplié par 100 avec le modèle de plasticité. En effet, en un point donné, l'endommagement simulé par cette loi est inférieur, la perméabilité associée est donc plus faible et ralentit l'évolution des pressions. Là encore, l'influence du choix de la loi de comportement mécanique est mise en évidence.

### 3.3 Conclusions

Les études précédentes permettent de souligner « numériquement » plusieurs tendances observées expérimentalement : l'endommagement et la saturation sont responsables de modifications locales et globales du comportement hydraulique des structures. En particulier, le temps d'obtention du régime permanent et l'état stationnaire sont fortement influencés par ces deux paramètres.

Pour notre problème, la capacité du modèle mécanique à reproduire le comportement monotone du béton (élasticité, écrouissage positif et adoucissement) n'est pas suffisante. A un même état (même déformation pour la même contrainte) peuvent correspondre différentes valeurs de l'endommagement et donc de la propriété de transfert associée (tableau 5.1). Dans l'exemple développé ici, la prise en compte des phénomènes irréversibles mécaniques (plasticité) augmente d'environ 100 fois le temps nécessaire à l'obtention d'un régime hydraulique stationnaire. Pour un temps de mise en pression identique, la pression de gaz et la perméabilité sont plus faibles avec le modèle élastique plastique endommageable. Compte – tenu de l'équation du flux (5.28), ne considérer que l'endommagement entraîne donc une surestimation des débits simulés (comme indiqué dans le tableau 5.1 sur un exemple simple). Ce résultat était prévisible : comme cela a été montré dans le chapitre 3, les modèles d'endommagement seul surestime la valeur de  $D$  (pente de déchargement passant par l'origine) et ainsi la valeur de la perméabilité associée (et par conséquent, celle des flux hydrauliques).

## 4 Etude numérique des résultats

Dans cette partie, on cherche à simplifier le problème de manière à réaliser une étude sur les paramètres de la modélisation (discrétisation en temps, en espace, méthode de résolution...). Pour ce faire, on se place dans le cadre d'une approche unidimensionnelle.

### 4.1 Equivalence PACE – modèle simplifié

On considère un parallélépipède (3D) à neuf compartiments comme indiqué dans la figure 5.23. L'idée est ensuite de faire varier indépendamment le degré de saturation et l'endommagement de chaque partie afin de se rapprocher du comportement de la partie courante d'enceinte de confinement PACE. Les conditions aux limites pour le problème hydraulique sont des pressions de gaz imposées aux extrémités et des flux nuls ailleurs.

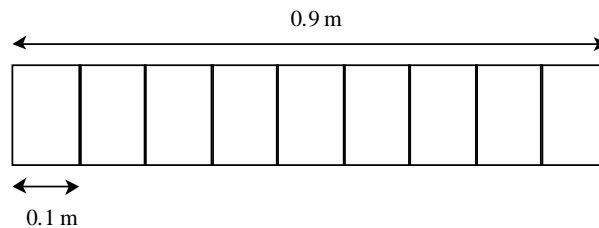


Figure 5.23 : Approche « unidimensionnelle ». Barre à neuf compartiments.

#### 4.1.1 Endommagement et saturation constante

Dans ce premier cas, l'endommagement et la saturation sont fixés respectivement à 0,4 et 15 % sur la totalité des deux structures (Volume Structurel Représentatif et barre). La séquence de mise en pression de gaz est celle de la section 3.1.2. La figure 5.24 présente les résultats.

PACE et approche « unidimensionnelle » donnent des évolutions très voisines aussi bien en régime transitoire (l'observation de la figure 5.24 pour un instant donné est généralisable à tous les instants du régime transitoire) qu'en régime permanent. Les différences observées peuvent venir de la discrétisation spatiale employée dans PACE (taille des éléments non uniforme, courbure...). Malgré tout, la comparaison est acceptable.

Cette simulation est aussi l'occasion de remarquer que le calcul à endommagement et saturation (et donc à perméabilité) homogènes ne fait pas apparaître d'oscillations. C'est donc bien l'hétérogénéité de la conductivité hydraulique qui est à l'origine des problèmes numériques rencontrés.

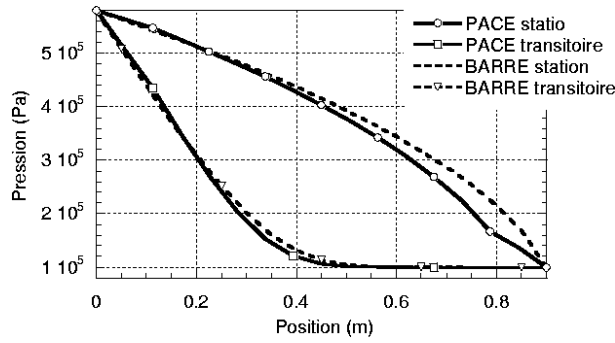


Figure 5.24: Equivalence PACE – modèle unidimensionnel – Endommagement et saturation constants. Les courbes « transitoire » correspondent à  $t = 3.6$  s, celles « station » à  $2 \cdot 10^6$  s.

#### 4.1.2 Endommagement constant et saturation variable

Dans cette section, l'endommagement est fixé constant, égal à 0.4. Le degré de saturation garde la distribution de la section 3.1. pour PACE et celle de la figure 5.25 pour l'approche « unidimensionnelle ». Par cette répartition, on cherche à se rapprocher du comportement du volume structurel représentatif. Les résultats des simulations sont comparés pour un instant donné dans la figure 5.26. Une fois encore, l'équivalence semble justifiée. Des écarts plus importants apparaissent du fait de la distribution de la saturation, constante par morceaux dans le cas de l'approche unidimensionnelle et continue pour PACE.

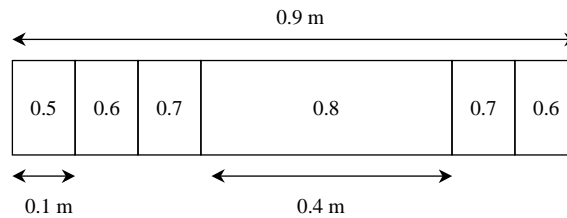


Figure 5.25 : Profil de saturation dans la barre 1D

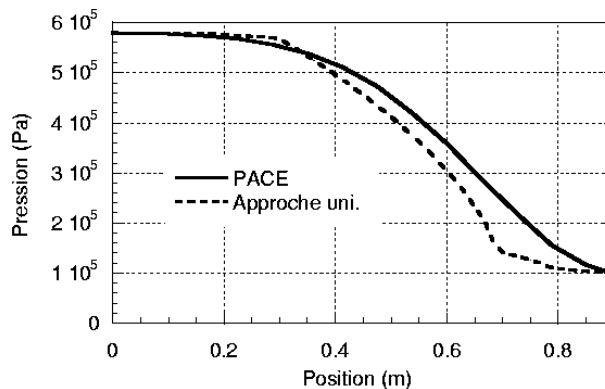


Figure 5.26: Equivalence PACE – « barre » à endommagement constant et profil de saturation variable. Les courbes sont données à  $t = 2 \cdot 10^6$  s.

#### 4.2 Etude sur les « oscillations »

En appliquant des valeurs appropriées de l'endommagement et du degré de saturation dans chaque compartiment du modèle « unidimensionnel », le comportement de PACE peut être représenté schématiquement par une approche simplifiée, facilitant ainsi les études paramétriques (temps de calcul).

On utilise donc cette technique pour observer l'influence des paramètres de discrétisation sur l'apparition éventuelle d'oscillations. Pour cette application, l'endommagement et le degré de saturation sont répartis comme indiqué sur la figure 5.27. Ils sont choisis de manière à être les plus représentatifs possible du comportement de la partie haute de PACE, fortement perméable (voir figure 5.9). Les profils de pressions sont illustrés dans la figure 5.28. Il est possible de reproduire les oscillations dues aux fortes amplitudes sur les perméabilités.

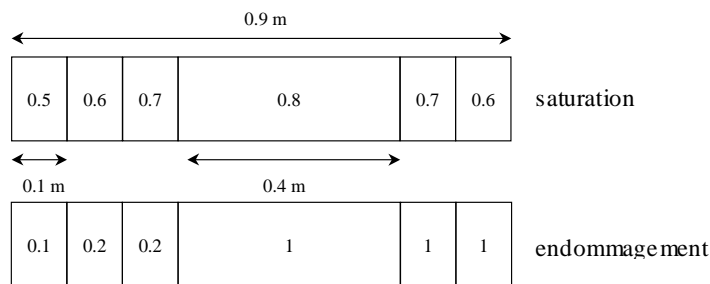
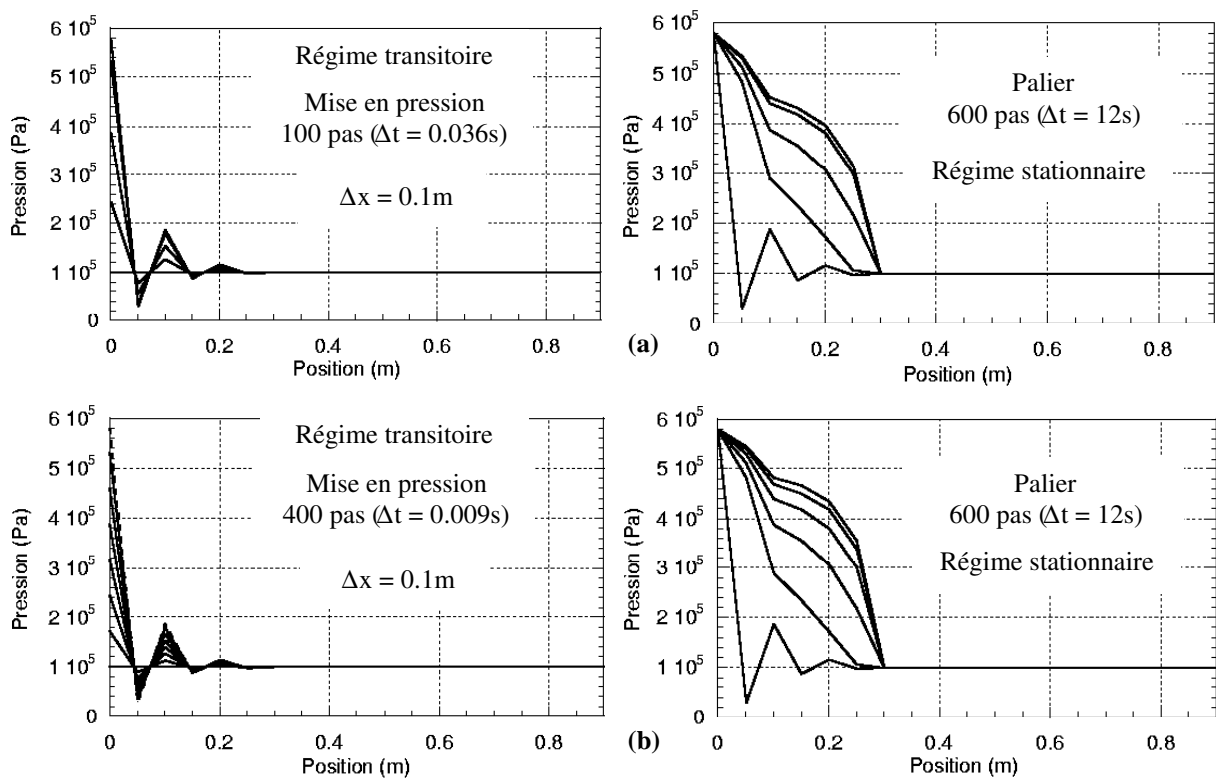


Figure 5.27: Répartition des degré de saturation et des pressions dans l'approche « barre »



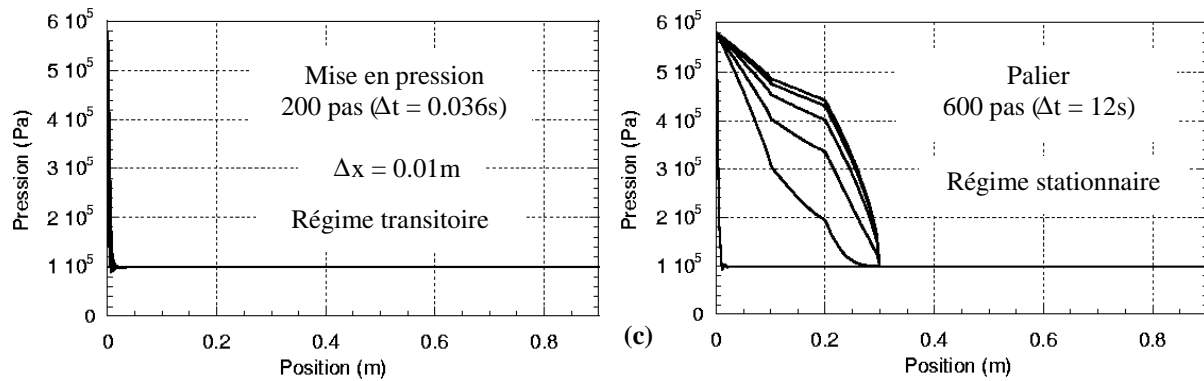


Figure 5.28: Etude paramétrique de la discrétisation (pas de temps et pas d'espace). (a) – (b) : influence du pas de temps, (b) – (c) : influence de la discrétisation spatiale.

La valeur du pas de temps ( $\Delta t$ ) n'a que très peu d'influence pendant la mise en pression. Le coefficient  $\theta$  de discrétisation temporelle des équations ne joue qu'un rôle minime dans les résultats finaux (non figuré ici). Seule la discrétisation spatiale semble donc pouvoir améliorer les évolutions : avec 90 éléments dans l'épaisseur ( $\Delta x = 0.01\text{m}$ ), les oscillations n'apparaissent que pour le premier pas de temps et que sur le premier  $\Delta x$ . On obtient alors une réponse globale numériquement plus acceptable. Néanmoins, il est difficile d'envisager, en terme de capacité des machines de calcul, une telle finesse sur l'application PACE. En effet, une étude préliminaire a montré que 12 éléments dans l'épaisseur constituaient la limite numériquement acceptable pour ce type de simulation.

En conclusion, cette étude a permis de mettre en évidence les origines des oscillations apparaissant dans les premiers temps du chargement : l'amplitude des perméabilités provoque des variations spatiales du coefficient de diffusion de l'équation à résoudre. Une des solutions consisterait à augmenter la finesse du maillage. Néanmoins, cette alternative semble difficilement applicable dans le cas structural. D'autres solutions, non étudiées dans cette partie, pourraient être envisagées comme l'utilisation d'éléments « lumpés » liés à la diagonalisation de la matrice masse (Proix, 2000)

## 5 Analyse de la méthodologie employée

### 5.1 Présentation d'un modèle couplé

La section 3 a défini une méthodologie complète pour la simulation du comportement hydraulique d'une partie courante d'enceinte de confinement. Basée sur le chaînage de calculs hydrique, mécanique puis hydraulique, elle aboutit à la proposition d'une carte de flux représentative de l'étanchéité.

Néanmoins, cette approche chaînée suppose des hypothèses de modélisation fortes présentées en section 1 et rappelées brièvement ici :

- absence d'interactions entre sollicitations hydriques et mécaniques : l'endommagement n'influe pas sur le degré de saturation et vice versa
- le degré de saturation et l'endommagement ne varient pas durant la phase de mise en pression de gaz.

Comment juger de la représentativité de ces hypothèses ?

Pour répondre à cette question, on considère une approche thermo – hydro – mécanique couplée, implantée dans le « *Code\_Aster* » par Chavant (2001). Elle permet de traiter les équations de la mécanique des milieux continus en utilisant la théorie des milieux poreux non saturés. Les phénomènes mécaniques, thermiques et hydrauliques sont complètement couplés. Les variables descriptives du milieu sont alors les déplacement  $u$  du squelette (variables géométriques), les pressions (pressions du liquide  $P_l$  et du gaz  $P_g$  en particulier) et la température  $T$  (variables thermodynamiques).

A ces inconnues sont associées des équations de conservation qui sont brièvement rappelées :

- l'équilibre mécanique

$$\operatorname{div}(\sigma) + rF^m = 0 \quad (5.29)$$

avec  $\sigma$  les contraintes totales,  $r$  la masse volumique homogénéisée et  $F^m$  les forces massiques

- la conservation des masses de fluide

$$\begin{cases} \dot{m}_i + \dot{m}_{vp} + \operatorname{div}(M_l + M_v) = 0 \\ \dot{m}_a + \operatorname{div}(M_a) = 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

où  $m_i$  désigne l'apport massique en constituant  $i$  (avec  $i = l, va$  ou  $a$ ) et  $M_i$  le flux hydraulique associé. On retrouve le système présenté dans le chapitre 4

- l'équation de conservation de l'énergie (équation de la chaleur)

$$\begin{aligned} h_l^m \dot{m}_l + h_v^m \dot{m}_v + h_a^m \dot{m}_a + \dot{Q}' + \operatorname{div}(h_l^m M_l + h_v^m M_v + h_a^m M_a) + \operatorname{Div}(q) \\ = (M_l + M_v + M_a)F^m + \Theta \end{aligned} \quad (5.31)$$

avec  $h_i^m$  les enthalpies massiques du constituant  $i$ ,  $Q'$  la chaleur non convectée,  $q$  le flux de chaleur et  $\Theta$  les sources de chaleur.

Des lois de comportement sont associées à ces trois équations constitutives (variation des masses volumiques, des enthalpies, lois de diffusion ...). En particulier, les relations entre la perméabilité, le degré de saturation et l'endommagement sont prises ici en considération (chapitre 4). Le couplage avec le modèle élastique plastique endommageable n'ayant pu être

réalisé, la loi de comportement de Mazars du chapitre 1 sera utilisée pour l'application des sollicitations mécaniques. L'annexe 2 présente l'ensemble de la méthodologie couplée, ainsi que les coefficients nécessaires à son utilisation (40 au total). Le tableau 5.2 donne le jeu de paramètres retenu pour les applications des sections suivantes. Il est obtenu en associant les données de Chavant (2001), Mainguy et al (2001) et nos résultats.

$E$	32 GPa	$R$	$8.315 \text{ J.K}^{-1}$
$\nu$	0.3	$r^0$	$2265 \text{ kg.m}^{-3}$
$\rho$	$2400 \text{ kg m}^{-3}$	$C_s^\sigma$	$1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\alpha_0$	$10^{-5} (\text{K}^{-1})$	$b$	1
$\varepsilon_{D0}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$S_{lq}$	$(1 + (2.1433 \cdot 10^{-8} p_c)^{1.825})^{-0.57609}$
$A_c$	1.15	$F_x^m$	$0 \text{ N.m}^{-2}$
$A_t$	0.8	$F_y^m$	$0 \text{ N.m}^{-2}$
$B_c$	1391.3	$F_z^m$	$0 \text{ N.m}^{-2}$
$B_t$	10000	$K$	$3.510^{-21} 10^{(-8.67D-0.3)} (\text{m}^2)$
$\rho_{lq}^0$	$1000 \text{ kg m}^{-3}$	$k_{rl}$	$S_{lq}^{0.5} (1 - (1 - S_{lq})^{1/0.57609})^{0.57609}$
$1/K_{lq}$	$0.5 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$	$k_{rg}$	$(1 - S_{lq})^{4.5} (1 - S_{lq}^2)$
$\alpha_{lq}$	$0.66193 \cdot 10^{-4} (\text{K}^{-1})$	$F$	$21700 \cdot \left(\frac{T}{273}\right)^{1.88} / p_{gz} (\text{m}^2.\text{s}^{-1})$
$C_{lq}^p$	$4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$T^0$	273 K
$\eta_{lq}$	$0.6612(T - 229)^{-1.562} \text{ kg/m.s}$	$P_c^0$	$31 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$\lambda_{lq}$	$1.6 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$	$P_{gz}^0$	$10^5 \text{ Pa}$
$M_{as}^{mol}$	$28.96 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$	$\phi^0$	0.135
$C_{as}^p$	$1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$P_{vp}^0$	1725.04 Pa
$\eta_{as}$	$1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m.s}$	$S_{lq}^0$	0.8
$\lambda_{as}$	$1.6 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$	$C_{vp}^p$	$1870 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$M_{vp}^{mol}$	$18 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$	$\eta_{vp}$	$1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m.s}$

Tableau 5.2 : paramètres pour la méthodologie couplée. La signification de chaque paramètres pourra être trouvée dans l'annexe 2.

Contrairement à la méthode chaînée qui nécessite 21 paramètres (avec le modèle de Mazars), l'approche couplée en utilise, avec une loi de comportement mécanique équivalente, 40. Néanmoins, cet outil permet de définir entièrement les couplages pouvant exister entre saturation et endommagement et ne nécessitent pas d'hypothèses fortes. Malheureusement, la contrepartie est numérique : l'approche ne peut être appliquée à la partie courante d'enceinte de confinement car trop coûteuse (capacité des machines). C'est d'ailleurs pour cette raison



qu'elle n'a pas été retenue dans notre étude. Néanmoins, à partir d'un test simplifié, nous allons pouvoir valider partiellement, ou invalider le cas échéant, les hypothèses présentées dans la section 1.

## 5.2 Critique des hypothèses

On considère dans la suite un cylindre de béton non armé. L'absence d'armatures permet d'envisager une modélisation axisymétrique (figure 5.29). La structure est séchée pendant 10 ans avec des conditions aux limites variables (températures  $T$  imposées sur les faces interne  $i$  et externe  $e$  et concentrations en eau  $C^{fl}$  variables en fonction du problème à traiter, voir sections 5.2.1, 5.2.2 et 5.2.3). Pour les besoins du calcul, les teneurs en eau sont transformées en pression capillaires équivalentes  $p_c$  à partir de l'équation de l'isotherme de désorption,  $h=f(C^{fl})$  avec  $h$  l'humidité, associée à la loi de Kelvin,  $p_c=g(h)$ . On peut ainsi obtenir un « état initial » hydrique et thermique variable en fonction du problème. Au bout de 10 ans, un déplacement radial progressif est appliqué pour simuler une mise en pression mécanique (5 cm de déplacement appliqué progressivement sur la face interne pendant 30 jours)

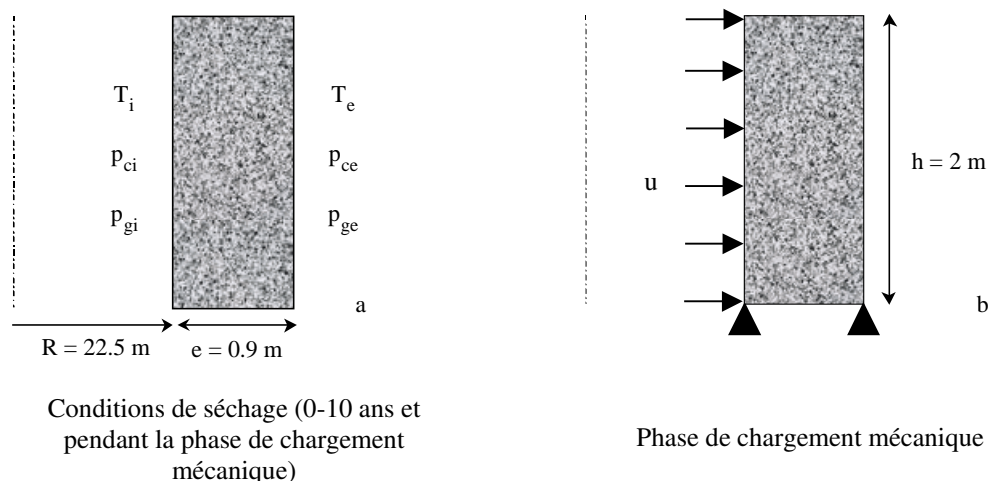


Figure 5.29 : Modélisation axisymétrique. Géométrie et conditions aux limites.

### 5.2.1 Influence du degré de saturation sur l'endommagement

Deux calculs sont comparés dans cette section. Les conditions aux limites utilisées pour chaque test sont résumées dans la tableau 5.3. Seules les conditions hydriques (teneur en eau) aux extrémités varient. Pour le calcul 2, la dissymétrie des pressions capillaires aux extrémités de la structure provoque une cinétique de séchage plus rapide sur la face interne que sur la face externe. Les degrés de saturation obtenus au bout de 10 ans sont donc différents dans les deux simulations. Les endommagements consécutifs à la mise en pression, même s'ils

présentent des évolutions identiques (augmentation de l'intérieur vers l'extérieur), sont sensiblement supérieurs avec le calcul 1 (figure 5.30).

	0 – 5 ans	5 – 10 ans	Déplacement radial
$T_e$ (°C)	15	15	15
$T_i$ (°C)	15	15	15
$C_e^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1
$C_i^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1

Calcul 1

	0 – 5 ans	5 – 10 ans	Déplacement radial
$T_e$ (°C)	15	15	15
$T_i$ (°C)	15	15	15
$C_e^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1
$C_i^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	<b>51.6</b>	51.6

Calcul 2

Tableau 5.3 : Influence de la cinétique de séchage (la pression de gaz reste égale à la pression atmosphérique aux extrémités)

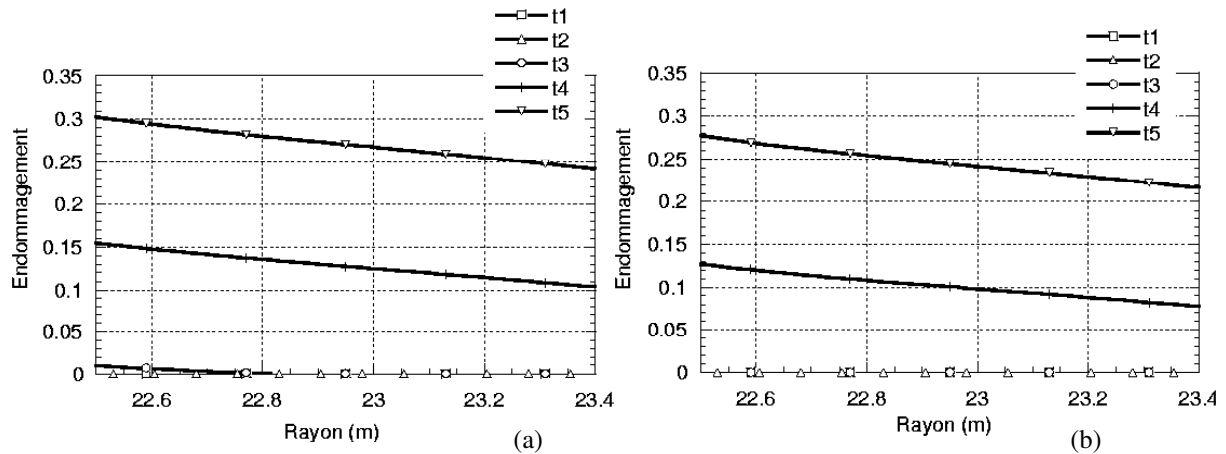


Figure 5.30 : Profils d'endommagement dans l'épaisseur pour les calculs 1 et 2.  $t_1 = 10$  ans,  $t_2 = 10$  ans + 6 jours,  $t_3 = 10$  ans + 10 jours,  $t_4 = 10$  ans + 12 jours,  $t_5 = 10$  ans + 14 jours (a) calcul 1 et (b) calcul 2.

Les conditions de séchage, c'est – à – dire la distribution de la saturation, influent donc sur la répartition de l'endommagement. Cette influence peut s'expliquer numériquement par la séparation de la contrainte totale de l'équation (5.29) en une contrainte  $\sigma_m$  appliquée sur le squelette solide et une contrainte de pression  $\sigma_p$  (hypothèse des contraintes généralisées) :

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_p I \quad (5.32)$$

où  $\sigma_m$  est la contrainte « mécanique » obtenue à partir de la loi de comportement ( $\sigma_m = f(\text{déformations})$ ) et  $I$  le tenseur unité d'ordre 2.

$\sigma_p$  est donnée sous forme incrémentale à partir de la formulation de Bishop :

$$d\sigma_p = -b(dP_g - S_l dP_c) \quad (5.33)$$

avec  $b$  le coefficient de Biot.

L'équation (5.33) fait intervenir le degré de saturation  $S_l$ . La contrainte à l'équilibre, et ainsi la déformation utilisée pour le calcul de l'endommagement, sont donc influencées par cette variable. On retrouve les observations de la figure 5.30.

### 5.2.2 Influence de la température sur l'endommagement

Deux calculs sont de nouveau comparés. Les conditions aux limites sont présentées dans le tableau 5.4. Seules les températures aux extrémités varient. Les profils d'endommagement associés sont présentés dans la figure 5.31. Les différences de température créent des modifications marquées de la répartition de l'endommagement. En effet, alors que dans le calcul 1,  $D$  apparaît initialement sur la face interne dans le second cas, c'est la face externe qui est la première endommagée.

	0 – 5 ans	5 – 10 ans	Déplacement radial
$T_e$ (°C)	15	15	15
$T_i$ (°C)	15	15	15
$C_e^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1
$C_i^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1

Calcul 1

	0 – 5 ans	5 – 10 ans	Déplacement radial
$T_e$ (°C)	15	15	15
$T_i$ (°C)	15	35	35
$C_e^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1
$C_i^fl$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1	69.1

Calcul 3

Tableau 5.4 : Influence de la température.  $P_g$  reste égale à la pression atmosphérique aux extrémités.

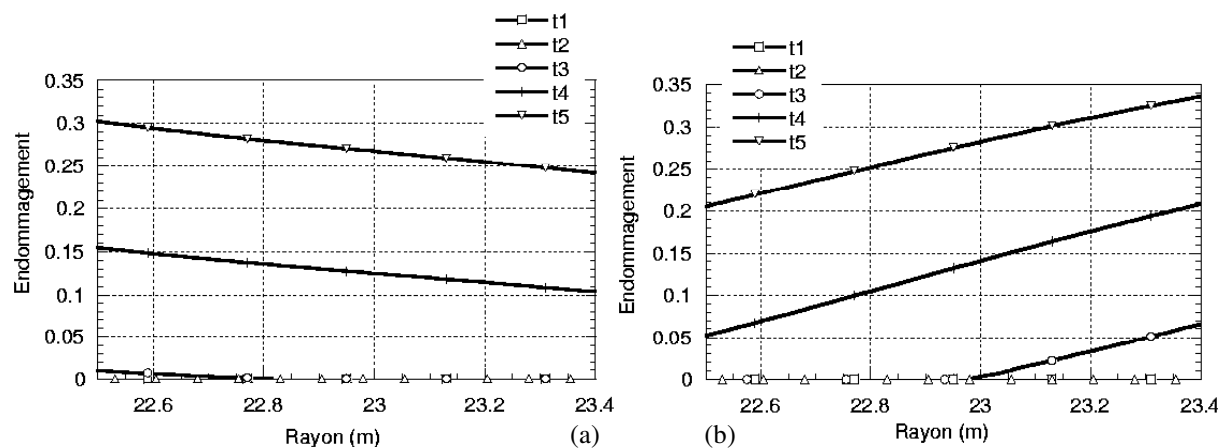


Figure 5.31 : Profils d'endommagement dans l'épaisseur pour les calculs 1 et 3.  $t_1 = 10$  ans,  $t_2 = 10$  ans + 6 jours,  $t_3 = 10$  ans + 10 jours,  $t_4 = 10$  ans + 12 jours,  $t_5 = 10$  ans + 14 jours. Calcul 1 (a) et 3 (b)

Cette évolution s'explique par la méthode de calcul de l'endommagement utilisée dans l'approche couplée. En effet, la relation de comportement s'écrit :

$$D = f(\varepsilon_m) = f(\varepsilon - \alpha_0 T.I) = f(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (5.34)$$

avec  $\alpha_0$  un paramètre.

La température en peau interne crée pour le calcul 3 une déformation thermique  $\varepsilon_T$  beaucoup plus importante qu'en peau externe.  $\varepsilon_m$  devient alors beaucoup plus grande à l'extérieur qu'à l'intérieur expliquant ainsi le mode de formation de l'endommagement. Au contraire, la symétrie des conditions dans le calcul 1 permet d'obtenir des évolutions plus « classiques ».

### 5.2.3 Influence de l'endommagement sur le degré de saturation

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'influence de l'endommagement sur le degré de saturation. Pour cela, deux calculs sont réalisés. Le matériau est tout d'abord séché pendant dix ans avec les mêmes conditions (tableau 5.5) correspondant à celles utilisées dans la section 3.1. Au bout de cette période, dans le premier cas (calcul 4), la structure est soumise à un chargement mécanique de mise en pression interne qui crée de l'endommagement (même chargement que dans la section 5.2.1), dans le second (calcul 5), le séchage est simplement poursuivi ( $D=0$ ). Dans les deux cas, l'éprouvette est ensuite de nouveau séchée pendant 5 ans. La figure 5.32 (a) présente l'évolution du degré de saturation pendant la phase de mise en pression mécanique pour le calcul 4. Le temps de chargement (environ 14 jours) est insuffisant pour faire varier le degré de saturation. Celui – ci reste donc constant. La figure 5.32 (b) montre à la fin de la dernière étape de séchage (environ 15 ans) les différences en terme de degré de saturation. Celui obtenu dans le calcul 4 est inférieur à celui du calcul 5. L'endommagement créé pendant la phase de mise en pression accélère donc la cinétique de séchage. Ainsi, l'endommagement influe sur la saturation si la période étudiée est suffisamment longue. Cette observation peut être expliquée par la formation d'une porosité due aux sollicitations mécaniques facilitant ensuite le processus de séchage.

	0 – 5 ans	5 – 15 ans
$T_e$ (°C)	15	15
$T_i$ (°C)	15	<b>35</b>
$C_e^{fl}$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	69.1
$C_i^{fl}$ (l.m <sup>-3</sup> )	69.1	<b>51.6</b>

Tableau 5.5: Conditions de séchage pour les calculs 4 et 5. Ces conditions sont celles utilisées pour PACE dans la section 3.1.

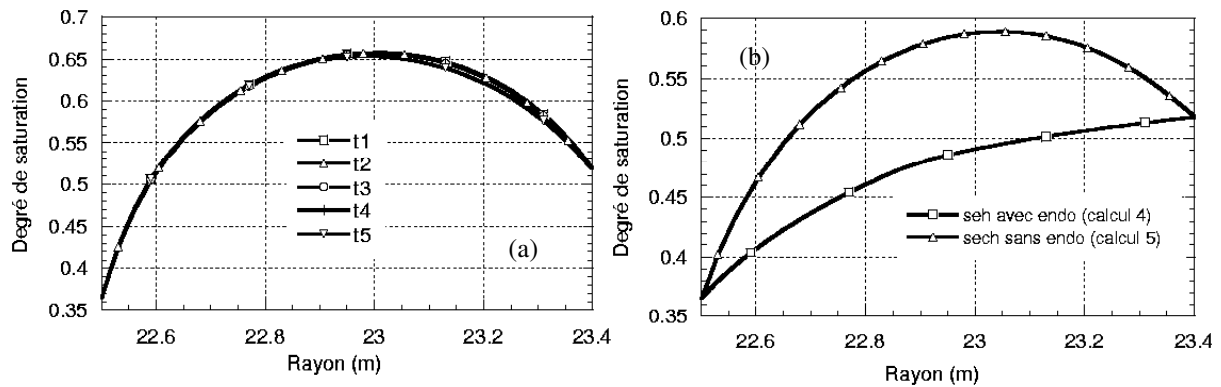


Figure 5.32 : Evolution du profil de saturation dans le temps pendant la mise en pression (calcul 4) (a). Influence de l'endommagement sur la saturation (b).  $t_1 = 10$  ans,  $t_2 = 10$  ans + 6 jours,  $t_3 = 10$  ans + 10 jours,  $t_4 = 10$  ans + 12 jours,  $t_5 = 10$  ans + 14 jours.

### 5.3 Conclusions

Les simulations réalisées dans la section 5.2 donnent des informations sur la validité des hypothèses retenues dans l'approche chaînée :

- pendant la phase de mise en pression, l'étude de la figure 5.32 montre que le degré de saturation ne varie pas, compte tenu de la durée de l'essai (deux jours in situ), même lorsqu'un endommagement est créé.
- Le degré de saturation mais aussi la distribution des températures influent sur la création de l'endommagement. Ainsi, les états initiaux hydriques ( $S_i$ ) et thermiques ( $T$ ), avant mise en pression, provoquent des modifications dans la répartition de  $D$ . Dans certains cas critiques, on aboutit à des profils très différents (point d'amorçage de l'endommagement par exemple).
- Enfin, sur des périodes de séchage de plusieurs années, l'état d'endommagement du matériau influe sur l'évolution de la saturation. Un matériau endommagé pendant la mise en pression sèchera plus vite qu'un béton sain.

Certaines hypothèses retenues pour l'approche chaînée semblent donc assez restrictives. En particulier, l'influence de la distribution du degré de saturation et de la température après 10 ans de séchage (avant la première épreuve) devrait être prise en considération pour le calcul de l'endommagement mécanique (pendant l'épreuve). De plus, le profil d'endommagement influe fortement sur la vitesse du séchage entre deux épreuves successives (pour un temps compris entre 10 et 20 ans par exemple, figure 5.32b). On peut donc imaginer par exemple, un coefficient de diffusion  $\lambda_c$  de l'équation (5.1) qui deviendrait fonction de l'endommagement.

Une étude devra être entreprise pour évaluer plus précisément l'impact de ces couplages et leur prise en compte numérique, l'utilisation d'une méthode couplée n'étant pas actuellement envisageable (nombre de paramètres et ressources informatiques nécessaires). Celle – ci passe probablement par une approche plus détaillée des mécanismes de séchage.

Enfin, à titre de remarque, la comparaison entre le chaînage et le couplage n'a volontairement pas été entreprise. Compte – tenu du nombre de paramètres de la méthode couplée et de l'incertitude liée à leur détermination expérimentale, cette étude comparative (et donc quantitative) n'aurait pas été significative. Là encore, un travail doit être entrepris afin de proposer une comparaison valable entre les deux méthodes (simulation de la même situation avec des paramètres équivalents).

## CONCLUSIONS – CHAPITRE 5

Connaissant l'endommagement, le degré de saturation et les lois d'évolution permettant d'en déduire la perméabilité, une méthodologie a été construite afin d'étudier le comportement hydraulique des structures. Basée sur une approche chaînée (solllicitations hydriques, mécaniques indépendantes en particulier), l'outil a été validé avec succès sur des cas simples.

Appliquée au Volume Structurel Représentatif de la partie courante de l'enceinte de confinement, la méthode a permis de mettre en évidence l'influence de l'endommagement et de la saturation sur l'évolution des pressions à l'intérieur de la structure (régime transitoire et régime permanent). Un indicateur, calculé à partir du flux radial, a été utilisé afin de déterminer les zones à risque présentant un potentiel de fuite élevé. Dans cette application particulière, la totalité des points critiques est concentrée autour de la bande d'endommagement localisée, la saturation jouant un rôle minime dans la répartition spatiale de la variable. Néanmoins, dans d'autres situations (d'autres chargements par exemple), où l'endommagement serait plus diffus et pour lesquelles le degré de saturation aurait une influence prépondérante dans la répartition des flux hydrauliques, notre outil pourrait aussi fournir des résultats pertinents.

L'approche présentée s'est volontairement limitée à l'aspect qualitatif. L'absence de résultats expérimentaux d'une part, la distribution de l'endommagement obtenue (localisation peu adaptée au calcul de la perméabilité) d'autre part, empêche l'extension aux analyses quantitatives.

Un modèle unidimensionnel simplifié a permis de mettre en avant les causes de problèmes numériques rencontrés pendant la simulation du comportement hydraulique. La forte hétérogénéité des perméabilités utilisées pour le calcul provoque la formation d'oscillations pendant la phase transitoire. Seule une discrétisation plus fine dans l'épaisseur améliore la situation. Néanmoins, le problème de l'applicabilité à la structure de confinement reste posé (capacité des machines et temps de calcul).

Certains couplages, ignorés dans l'approche chaînée, semblent jouer un rôle sur les comportements mécanique, hydrique et thermique de la structure. L'utilisation d'un modèle couplé sur un exemple simple a montré que l'endommagement influait sur la saturation, et

inversement, et que la température modifiait la répartition de  $D$ . Néanmoins, deux questions se posent :

- Comment quantifier ces influences qui restent pour le moment essentiellement numériques ? Seul l'effet de l'endommagement sur la saturation paraît relativement intuitive (Picandet, 2001).
- Comment, le cas échéant, prendre en compte ces couplages en conservant une méthode applicable sur les structures ?

Ces interrogations constituent quelques unes des perspectives de notre travail.



## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

L'objectif initial de ce travail était de proposer une première approche, une méthodologie afin d'évaluer le comportement hydraulique des enceintes de confinement de centrales nucléaires, et ainsi aider à la compréhension de leur vieillissement (augmentation du taux de fuite dans le temps). A partir de résultats issus de la littérature, notre étude s'est articulée autour de l'influence du séchage et de l'état mécanique, phénomènes responsables de modifications de la perméabilité.

Dans un premier temps, une relation élastique plastique endommageable a été développée pour reproduire le comportement mécanique du béton. En effet, le modèle isotrope, initialement proposé, ne s'est pas révélé totalement satisfaisant pour estimer la valeur expérimentale de l'endommagement (évaluée à partir de la pente de déchargement). La prise en compte des phénomènes irréversibles a donc été envisagée. Une surface seuil a été définie et combinée avec la relation initiale.

En plus des avantages du modèle d'endommagement (simple et adapté aux chargements de traction), l'introduction de la plasticité a permis de reproduire les pentes de déchargement expérimentales, les changements de comportement volumique (en particulier l'évolution du coefficient de Poisson apparent en compression simple), la transition fragile – ductile en confinement ainsi que la perte de rigidité initiale observée pour les fortes pressions hydrostatiques. Les modes de rupture caractéristiques en flexion trois points ont été reproduits sur des structures armées et non armées. Finalement, l'étude d'un cylindre en acier creux rempli de béton a mis en évidence la capacité de la loi à simuler les effets de confinement passif.

Le modèle a été associé à des outils numériques adaptés. En particulier les opérateurs tangents cohérents pour les algorithmes de résolution locaux et globaux ont été écrits. Des études de convergences ont été réalisées afin de valider le choix des matrices de résolution (matrice tangente, élastique ...). Une loi a donc été entièrement développée pour estimer le plus précisément possible la valeur de l'endommagement expérimental à l'origine des variations de perméabilité.

Pour se rapprocher du comportement des enceintes de confinement de centrales nucléaires tout en gardant une certaine faisabilité numérique (temps et ressources de calcul), le modèle a été appliqué à un Volume Structurel Représentatif, comprenant du béton et des aciers passifs et précontraints. L'étude a montré la formation de bandes d'endommagement localisées, mettant en évidence des zones mécaniques caractéristiques.

L'impact de l'endommagement et du degré de saturation sur la perméabilité d'une éprouvette de béton a été étudié. Plusieurs variables de transfert ont ainsi été définies afin de découpler l'effet des deux phénomènes. Une relation a été proposée pour quantifier l'influence de la saturation sur les perméabilités relatives à l'eau et au gaz. Calibrée à partir de résultats expérimentaux, elle remet partiellement en cause certains calages relevés dans la littérature. Une approche théorique (modèle réseau) a permis de montrer que pour le matériau déchargé et en domaine pré – pic, l'endommagement était la variable la plus adaptée pour représenter l'effet de l'état mécanique sur la propriété de transfert intrinsèque. Là encore, une loi a été envisagée pour les faibles endommagements puis étendue, sous réserve de vérification de la représentativité des résultats, au post - pic. Pour prendre en compte les différences observées entre un échantillon chargé et déchargé, l'influence des contraintes a été évaluée mais n'a pas été validée en raison de l'absence de résultats expérimentaux suffisants.

Enfin, une méthodologie pour l'étude du comportement hydraulique (mise en pression) a été construite. Basée sur une approche chaînée, elle se propose d'injecter dans une équation caractéristique (conservation de la masse de gaz et loi de Darcy) la carte de perméabilité obtenue après des calculs mécanique et hydrique découplés. L'outil est particulièrement adapté aux essais expérimentaux classiques de perméabilité au gaz et a été validé sur des exemples simples. Mais l'un des intérêts principaux de la méthode est de s'appliquer aux structures à conductivité hydraulique non homogène. Ainsi, sur le Volume Structurel Représentatif, l'influence de l'endommagement et de la saturation sur le comportement hydraulique a été mise en évidence. Ces deux paramètres influent fortement sur sa phase transitoire et sur son régime permanent. Un indicateur de zones à risque, associé au calcul du flux, a été développé. La question du choix de la loi de comportement mécanique a été abordée. La prise en compte, ou non, des déformations irréversibles (plasticité) influence considérablement sur les profils d'endommagement et donc sur les flux hydrauliques. L'importance donnée, dans les premières parties de ce document, à la description de l'état du matériau est ici expliquée. En conclusion, une méthodologie complète, associée à des outils

numériques variés (mécaniques, hydriques ou hydrauliques) a été proposée et validée qualitativement sur un Volume Structurel Représentatif pour la localisation des zones sensibles.

Néanmoins, beaucoup de questions, ou d'améliorations, restent en suspens et constituent les perspectives de ce travail.

Concernant la description du comportement mécanique, l'étude du chapitre 1 a montré l'importance des techniques de régularisation pour la localisation de l'endommagement. La dépendance au maillage des réponses structurelles obtenues dans le chapitre 3 (poutre en flexion trois points) témoigne de la nécessité d'adapter le modèle élastique plastique endommageable à la méthode non locale gradient. Cela passe probablement par une régularisation des déformations élastiques qu'il reste encore à définir. D'un point de vue numérique, les convergences relevées avec l'opérateur développé, même si elles se révèlent meilleures que celles associées à une matrice élastique par exemple, ne sont pas quadratiques. L'estimation des dérivées de la surface seuil doit encore être améliorée. Une optimisation pourrait être envisagée avec, par exemple, une simplification des équations de la surface plastique.

L'écriture de la loi entre la perméabilité et l'endommagement a été validée sur deux séries de mesures expérimentales réalisées sur des éprouvettes de béton. Les conclusions obtenues à l'échelle du matériau peuvent-elles être étendues au cas de la structure ? Pour répondre à cette question, et plus généralement pour conforter notre relation, d'autres essais devraient être envisagés. Cela permettrait de plus de trancher sur la représentativité des résultats du domaine post – pic et surtout sur leur reproductibilité qui semble peu probable actuellement.

Pour les enceintes de confinement de centrales nucléaires, les perspectives s'articulent autour de deux questions principales auxquelles ce document a essayé de fournir des premières réponses :

*Comment modéliser une enceinte de confinement de centrales nucléaires ?*

*Comment simuler son comportement ?*

Les capacités des machines de calcul actuelles ne nous ont pas permis d'élargir notre étude à l'enceinte de confinement complète. Néanmoins, un Volume Structurel Représentatif a été envisagé pour se rapprocher du comportement de la partie courante. D'un point de vue

mécanique, les simulations (mise en pression) ont mis en évidence la localisation des endommagements et des déformations dans des bandes de largeur finie imposant le recours aux techniques de régularisation. En dehors des développements numériques encore nécessaires, l'utilisation de ces méthodes est actuellement difficile. Le maillage serait en effet trop fin pour que le calcul soit réalisable. De la même manière, le comportement hydraulique a souligné la présence d'oscillations dues à une discrétisation spatiale trop grossière (6 éléments contre un minimum de 40 idéalement requis). Se pose alors la question suivante : doit-on envisager une structure test plus petite, au risque de perdre en représentativité, ou continuer avec l'application actuelle en proposant des alternatives aux problèmes de maillage ? Des études sont actuellement en cours (nouveaux cas tests et autres techniques non locales).

La partie mécanique a mis en évidence l'importance du rôle joué par les câbles de précontrainte, point de départ de l'endommagement et aidant à sa propagation. Mais la modélisation unidimensionnelle proposée est-elle la plus adaptée ? En particulier, des problèmes de dépendance au maillage et de concentration des contraintes apparaissent. Une approche tridimensionnelle représenterait une bonne solution mais semble difficilement envisageable (complexité et temps de calcul). Là encore, des études (prise en compte par level set, adhérence ...) sont en cours.

La technique de chaînage retenue pour le comportement hydraulique repose sur des hypothèses fortes qui ont été partiellement remises en cause à la fin du document. Il a été montré en particulier que l'état d'endommagement pouvait avoir un effet sur le processus de séchage et qu'inversement l'état hydrique modifiait en partie l'évolution de l'endommagement. Ces observations ne remettent pas en cause la validité « qualitative » des résultats obtenus avec la méthode chaînée (localisation des zones à risque par exemple). Néanmoins, pour la quantification des taux de fuite, il semble nécessaire d'étudier ces « influences croisées » plus en détail afin d'évaluer leur importance respective. Si la prise en compte de tous les couplages (approche thermo-hygro-mécanique) pourrait se révéler la plus efficace, elle n'est pas actuellement envisageable sur une structure (capacité machine et nombre prohibitif de paramètres, 40 contre 21 pour le chaînage). On pourrait alors envisager un compromis entre couplage et chaînage où l'état initial hydrique serait pris en compte pour l'évaluation de l'endommagement et où l'endommagement résultant d'une mise en pression serait utilisé pour les phases de séchage ultérieures. Dans ce cas, la simplicité relative de l'approche chaînée serait conservée (nombre de coefficients à caler et ressources

informatiques) tout en prenant en considération les interactions entre comportements. Cette perspective est illustrée dans la figure C.1.

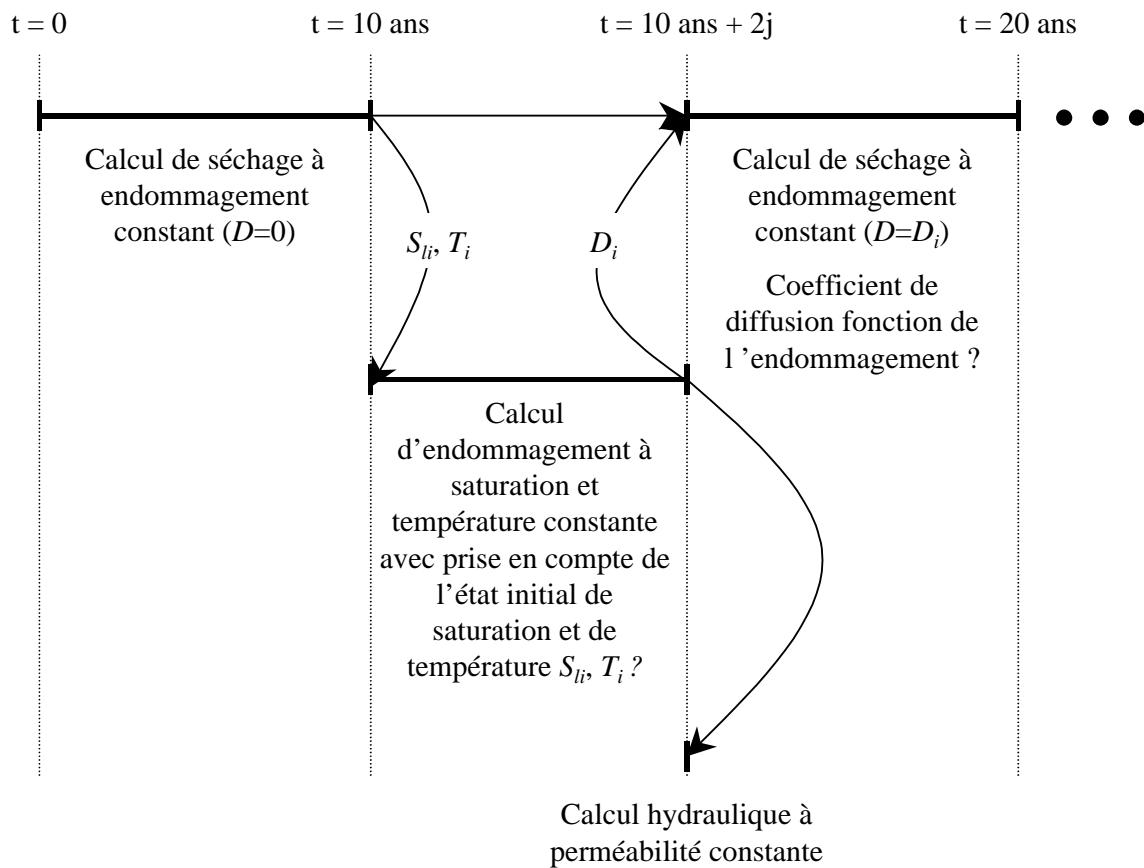


Figure C.1 : Prise en compte de l'état initial hydrique et mécanique dans les calculs d'endommagement et de séchage

Enfin, à cause de son mode de rupture très localisé, la structure PACE n'est sans doute pas la plus adaptée à notre problème. D'un point de vue mécanique (pour les raisons qui ont été évoquées plus haut) mais surtout hydraulique (domaine post-pic de la relation endommagement – perméabilité sur lequel peu d'éléments de validation existe), toute quantification ne serait pas réaliste. La validation quantitative de notre méthodologie passe donc par la définition d'un autre cas test présentant une dégradation mécanique plus diffuse (micro fissuration).

Mais cette observation pose aussi la question de l'applicabilité de notre méthodologie aux forts endommagements. Dans ces situations, une approche de type mécanique de la rupture et écoulement de Poiseuille pourrait être envisagée. On aboutirait alors à une loi

d'endommagement dans les premiers temps de la fissuration puis au passage vers un modèle discret pour la propagation des fissures formées.

En conclusion, l'outil développé dans ce document correspond à une méthode simplifiée pour l'étude du comportement hydraulique des structures. Dans un futur plus ou moins proche, trois améliorations peuvent être envisagées :

- l'augmentation des moyens de calcul permettrait de réaliser des études plus poussées (utilisation des techniques de régularisation sur des structures par exemple)
- certains phénomènes mécaniques (effet de l'adhérence, des câbles...) ou hydrauliques (particulièrement les couplages entre endommagement, saturation et propriétés de transfert) devront être maîtrisés
- la mise en place d'essais expérimentaux devra alimenter les modèles et valider les lois d'évolution (40 paramètres dans l'approche couplée par exemple).

Ces trois points ne sont évidemment pas indépendants les uns des autres et correspondent à une partie des étapes nécessaires pour une connaissance précise du comportement des enceintes de confinement.

## **ANNEXE 1**

### ***Amélioration du modèle d'endommagement***

Cette annexe se rapporte à la section 1 du chapitre 2. Différents modèles « anisotropes » microplans et phénoménologiques y sont présentés.

## 1 Modèle phénoménologique à deux surfaces d'endommagement

Afin de traduire le couplage entre comportement volumique et déviatorique, un modèle phénoménologique, basé sur (Ladevèze, 1983), est proposé.

La relation constitutive initiale, liant la contrainte effective  $\sigma'$  (contrainte du matériau non endommagé) à la contrainte réelle  $\sigma$ , s'écrit :

$$\sigma' = \frac{1}{1+\nu} \left[ \frac{1}{1-d} + \frac{\nu}{1-\delta} \right] \sigma + \frac{1}{2(1+\nu)} \left[ \frac{1}{1-d} - \frac{1}{1-\delta} \right] \left[ \sigma - Tr(\sigma) \bar{1} \right] \quad (A1.1)$$

avec  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $d$  et  $\delta$  deux variables d'endommagement scalaires.

En décomposant la contrainte en une partie volumique  $\sigma_V$  et déviatorique  $\sigma_D$ , la relation devient :

$$\sigma' = \left[ \frac{1}{2(1+\nu)} \left( \frac{3}{1-d} + \frac{2\nu-1}{1-\delta} \right) \right] \sigma_D + \frac{\sigma_V}{1-\delta} \bar{1} \quad (A1.2)$$

En inversant l'équation (A1.2), on obtient :

$$\sigma = \frac{2(1+\nu)(1-d)(1-\delta)}{3(1-\delta) + (2\nu-1)(1-d)} \sigma'_D + (1-\delta) \sigma'_V Id \quad (A1.3)$$

avec  $\sigma'_D$ ,  $\sigma'_V$  les contraintes effectives déviatoriques et volumiques

Les surfaces d'endommagements  $d$  et  $\delta$  sont définies comme suit :

$$d = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}}{\varepsilon_{eq}} \left[ 1 - B_C + B_C \exp(-B_T (\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{D0})) \right] \quad (A1.4)$$

$$\log(1-\delta) = A \log(1-d)$$

avec  $\varepsilon_{D0}$ ,  $B_C$ ,  $B_T$  et  $A$  les paramètres du modèle. Pour  $A = 1$ , les deux variables d'endommagement sont égales et le modèle devient isotrope ( $\sigma = (1-d)\sigma'$ ).

$\varepsilon_{eq}$  est la déformation équivalente calculée à partir de l'équation du modèle de Von Mises modifié (De Vree et al, 1995)

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{(k-1)^2 I_1^2}{(1-2\nu)^2} + 2k \frac{J_2}{(1+\nu)^2} + \frac{(k-1)I_1}{2k(1-2\nu)}} \quad (A1.5)$$

avec  $k$  un paramètre du modèle,  $I_1$  et  $J_2$  les premier et second invariants des déformations.

Un couplage déviatorique – volumique est bien simulé par le modèle :



- Au niveau de la relation de comportement : l'endommagement  $\delta$  agit à la fois sur les composantes volumique et déviatorique de la contrainte effective :

$$\sigma = f_1(d, \delta)\sigma'_D + f_2(\delta)\sigma'_V \quad (\text{A1.6})$$

- Au niveau des endommagements :  $\delta$  est directement fonction de  $d$ .

La loi est implantée dans le code de calcul et évaluée sur un essai de compression simple (déformations imposées). La figure A.1 illustre les réponses axiale et volumique du modèle en fonction de la valeur du paramètre  $A$  de l'équation (A1.4). Plus  $A$  diminue et plus le comportement axial devient fragile.

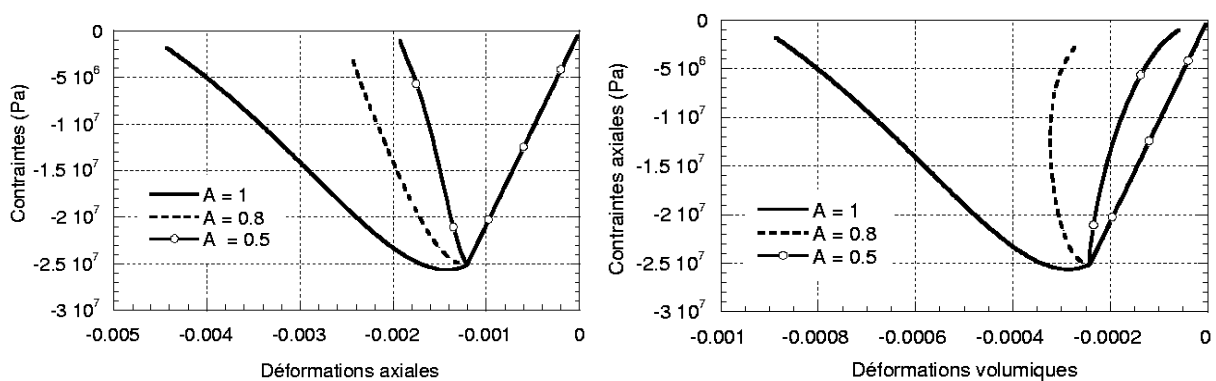


Figure A.1 : Comportements axial et volumique. Test de compression. Influence du paramètre  $A$

Cet essai permet de mettre en évidence l'existence du couplage. En effet, en l'absence de tout phénomène complémentaire (plasticité ...), les relations contraintes déformations associées au modèle (A1.3) peuvent s'écrire pour le chargement uniaxial :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (1-d)E\varepsilon_1 \\ tr(\varepsilon) &= \frac{\sigma_1}{E} \frac{1-2\nu}{1-\delta} \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

Le comportement axial est donc piloté par la variable d'endommagement  $d$  et le comportement volumique par  $\delta$ . Néanmoins, d'après la figure A.1, l'évolution du paramètre  $A$  a une influence combinée sur les deux comportements. La valeur de  $d$  modifie celle de  $\delta$  (par le coefficient de proportionnalité de l'équation (A1.4)) mais  $\delta$  a aussi un impact sur  $d$  puisque le comportement axial n'est pas constant. Un couplage entre  $d$  et  $\delta$  est ainsi mis en évidence. Cette dépendance, physiquement intéressante, rend néanmoins difficile tout calage d'un résultat expérimental.

## 2 Modèles microplans

La théorie des microplans tire son origine du comportement des métaux et particulièrement des modèles initialement développés pour les polycristaux dans (Taylor , 1934). Dans cette approche, les déformations plastiques sont dues au phénomène de glissement : à partir d'un niveau donné de contraintes, un glissement apparaît sur certains plans cristallographiques et dans certaines directions.

Pour les modèles d'endommagement ou de fissuration, le comportement microstructural ne représente pas physiquement un glissement. Bazant (1984) propose les modèles microplans qui s'appliquent à tous les comportements non linéaires. Les premiers modèles pour l'endommagement en traction et en compression apparaissent avec (Bazant et Prat, 1988).

Aujourd'hui, de nombreuses formulations existent : les modèles M1, M2 , M3 et M4 (Bazant et al, 2000 (a)) (Brocca et Bazant, 2000) sont les plus fréquents même si des alternatives sont aussi utilisées. A titre d'exemple, Carol et al (2001) proposent une formulation thermodynamiquement cohérente et Fichant (1996) s'intéresse au cas orthotrope et à la mise en œuvre numérique du modèle.

### 2.1 Principe

Dans cette approche, les propriétés des matériaux sont caractérisées sur des plans d'orientations diverses appelés microplans (Bazant et al, 2000 (a)), (Bazant et al, 2000 (b)), (Caner et Bazant, 2000), (Carol et al, 1991), (Kuhl et al, 2000). Dans une certaine mesure, on peut donc dire que les microplans simulent directement la réponse du matériau sur différentes surfaces de « faiblesse » comme les zones de contact entre particules, les interfaces, ou les plans des microfissures.

Les lois constitutives sont écrites sous la forme d'une relation scalaire entre les contraintes et les déformations pour un nombre fini de directions  $\vec{n}$  (normale aux microplans).

$$\vec{\sigma}(\vec{n}) = \sigma_{ij} n_j = f(\vec{\varepsilon}(\vec{n})) = f(\varepsilon_{ij} n_j) \quad (A1.8)$$

où  $\sigma_{ij}$  sont les composantes du tenseur des contraintes,  $\varepsilon_{ij}$  les composantes du tenseur des déformations,  $n_j$  les composantes du vecteur  $\vec{n}$  dans le repère de l'espace ( $\vec{e}_j$ ).

Contrairement aux approches phénoménologiques qui écrivent la relation de comportement «*f*» de l'équation (A1.8) au niveau macroscopique ( $\sigma = f(\varepsilon)$ , voir par exemple la loi scalaire décrite dans le chapitre 1), ces modèles considèrent l'échelle microstructurale. Pour remonter au tenseur des contraintes global, le Principe des Travaux Virtuels est utilisé :

$$\forall \varepsilon_{ij}^* \quad \frac{4\pi}{3} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* = \int_{\Omega} \left( \left[ \sigma_{ij} n_j \right] \cdot \varepsilon_{ij}^* n_j \right) d\Omega \quad (\text{A1.9})$$

avec  $\Omega$  une sphère unité. Le terme de gauche représente le travail virtuel des contraintes macroscopiques. Le terme de droite décrit le travail virtuel des vecteurs contraintes sur les microplans. C'est l'écriture de la loi (A1.8) liant la contrainte à la déformation dans la direction  $\vec{n}$  qui définit l'originalité du modèle.

En résumé, cette approche consiste à écrire la relation constitutive, non plus « macroscopiquement » mais au niveau « microplan » puis de se ramener au niveau macroscopique par le principe des travaux virtuels. La méthode est schématisée sur la figure A.2.

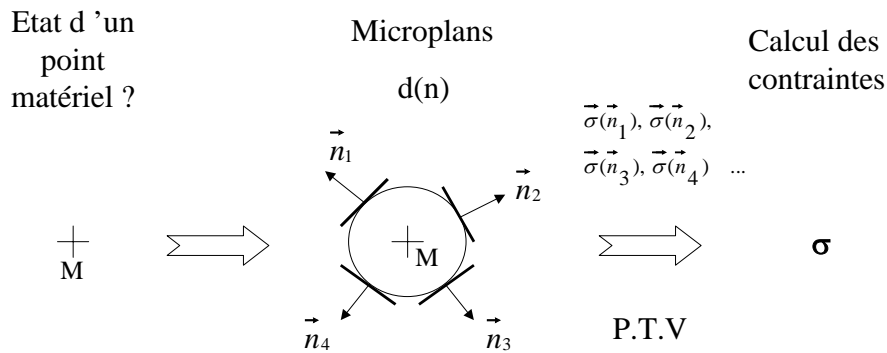


Figure A.2 : Principe du modèle microplan

L'une des principales difficultés réside en la mise en œuvre numérique. En particulier, l'équation (A1.9) fait intervenir le calcul d'une intégrale. En fonction de la méthode utilisée ((Bazant et Oh, 1986), (Fichant, 1996)), l'estimation de cette intégrale peut dans certains cas induire des erreurs et nécessite donc une attention particulière (Badel, 2001).

## 2.2 Modèle à une surface d'endommagement (Fichant, 1996)

Cette approche est basée sur une décomposition normale – tangentielle des contraintes et des déformations (figure A.3). La loi constitutive (A1.8) dans la direction  $\vec{n}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_n &= (1 - d(\vec{n})) \sigma'_n \\ \sigma_{T,i} &= (1 - d(\vec{n})) \sigma'_{T,i} \end{aligned} \quad (\text{A1.10})$$

avec  $\sigma'_n$  et  $\sigma'_{T,i}$  respectivement les composantes normale et tangentielles de la contrainte effective (contrainte non endommagée).  $d(\vec{n})$  définit la variable d'endommagement associée à la direction  $\vec{n}$  de la normale.

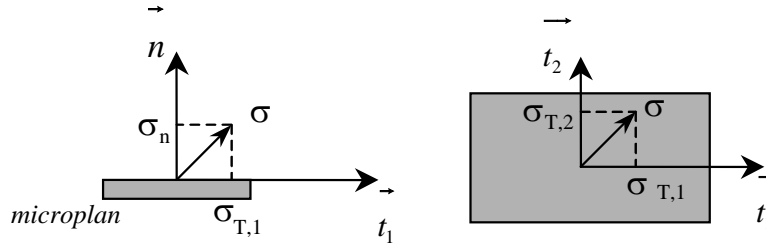


Figure A.3 : Décomposition normale – tangentielle sur un microplan

Le principe des travaux virtuels permet d'obtenir les contraintes macroscopiques :

$$\nabla \varepsilon^* \quad (A1.11)$$

$$\frac{4}{3} \pi \sigma \varepsilon^* = \int_S (1-d(n)) (\sigma'_n \varepsilon_n^* + \sigma'_{T,i} \varepsilon_{T,i}^*) d\Omega$$

La méthode classique d'intégration de (A1.11) suppose l'évaluation de l'endommagement  $d(\vec{n})$  dans au moins 21 directions de la normale  $\vec{n}$  (Bazant et Oh, 1986). Fichant (1996) propose une solution alternative basée sur l'interpolation d'une surface d'endommagement à partir de trois directions. Ainsi, connaissant la valeur de  $d$  dans trois directions principales ( $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ ), on en déduit la surface d'endommagement par l'équation :

$$d(\vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta \left[ \frac{\cos^2 \varphi}{(1-d_1)^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{(1-d_2)^2} \right] + \frac{\cos^2 \theta}{(1-d_3)^2}}} \quad (A1.12)$$

avec  $(I, \theta, \varphi)$  les coordonnées sphériques de  $\vec{n}$  dans le repère principal.

Cette équation définit une ellipse et nous place dans le cas de l'orthotropie (figure A.4). Une méthode classique d'intégration de type Simpson est ensuite utilisée pour le calcul de (A1.11). Cette approche a le mérite d'éviter les problèmes liés à l'intégration numérique rencontrés avec la méthode classique. Néanmoins elle suppose l'hypothèse simplificatrice de l'orthotropie du matériau.

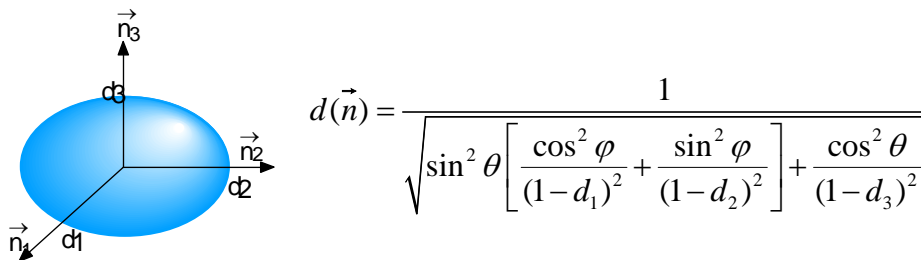


Figure A.4 : Orthotropie. Interpolation de la surface d'endommagement.

Les définitions de l'endommagement et les détails de l'implantation numérique ne seront pas discutés ici. On se reportera pour plus de précisions à (Fichant, 1996). Le modèle a été implanté dans le code de calcul. La figure A.5 illustre la réponse obtenue en compression simple. Qualitativement, le modèle simule correctement le comportement mécanique du béton. La courbe contrainte – déformation est composée d'une partie élastique puis non linéaire à écrouissage positif et négatif (adoucissement)

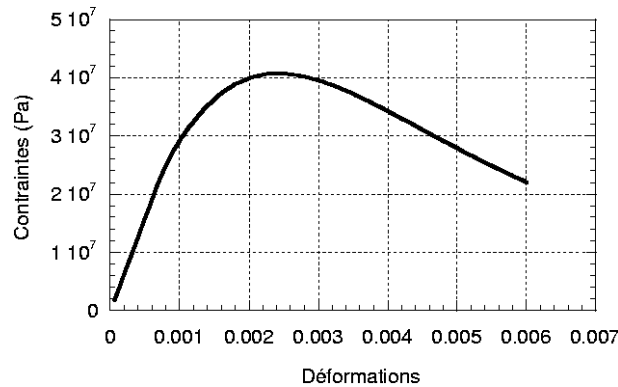


Figure A.5 : Modèle anisotrope à une surface d'endommagement. Réponse en compression simple

### 2.3 Modèle à deux surfaces d'endommagement

L'endommagement  $d$  de l'équation (A1.11) est unique. Appliqué à la fois sur les composantes normale et tangentielles de la contrainte effective (équation (A1.10)), il ne peut différencier les deux types de comportement.

Le modèle présenté dans ce chapitre part de la constatation suivante : les comportements volumiques et déviatoriques sont généralement différents pour le béton, non seulement macroscopiquement mais aussi à l'échelle microscopique (Leukart et Ramm, 2002).

Au niveau du microplan, une décomposition déviatorique – volumique du vecteur déformation est donc proposée :

$$\vec{\varepsilon}(\vec{n}) = \varepsilon_v \vec{n} + \vec{\varepsilon}_D \quad (\text{A1.13})$$

où les déformations volumiques  $\varepsilon_v$  et déviatoriques  $\vec{\varepsilon}_D$  sont données par :

$$\varepsilon_v = \frac{1}{3} \mathbb{1} : \varepsilon \quad (\text{A1.14})$$

$$\vec{\varepsilon}_D = Dev : \varepsilon$$

avec  $\mathbb{1}$  le tenseur unité d'ordre 2 et  $Dev$  le tenseur déviatorique d'ordre 3 qui s'exprime par :

$$Dev = \vec{n}.I^{dev} = \vec{n}.I^{sym} - \frac{1}{3}\vec{n}.\vec{1} \otimes \vec{1} \quad (A1.15)$$

$$I^{sym}_{ijkl} = (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})/2$$

où  $\delta$  désigne le symbole de Kronecker.

La relation constitutive au niveau de chaque microplan fait intervenir deux variables d'endommagement  $d_V$  et  $d_D$  :

$$\begin{aligned} \sigma_V &= (1-d_V)E_V \varepsilon_V \\ \vec{\sigma}_D &= (1-d_D)E_D \vec{\varepsilon}_D \end{aligned} \quad (A1.16)$$

avec  $\sigma_V$  et  $\vec{\sigma}_D$  les contraintes déviatoriques et volumiques au niveau microplan,  $E_V$  et  $E_D$  les coefficients élastiques (fonctions du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$ ) :

$$\begin{aligned} E_D &= \frac{E}{1+\nu} \\ E_V &= \frac{E}{1-2\nu} \end{aligned} \quad (A1.17)$$

Avec cette décomposition, le principe des travaux virtuels s'écrit :

$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} (1-d_V)E_V V \otimes V + (1-d_D)E_D Dev^T(\vec{n}).Dev(\vec{n}) d\Omega : \varepsilon \quad (A1.18)$$

$$\text{avec } V = \frac{1}{3}\vec{1}.$$

Pour les besoins de l'implantation numérique, les surfaces d'endommagement sont définies en utilisant la méthode d'interpolation présentée en 2.2. L'endommagement « volumique »  $d_V$  est supposé isotrope et fonction de la déformation volumique  $\varepsilon_V$  :

$$d_V' = 1 - \frac{\varepsilon_{D1}}{\varepsilon_V} \exp(B_T(\varepsilon_{D1} - \varepsilon_V)) \quad (A1.19)$$

$$d_V = \text{Max}_{/t}(d_V', 0)$$

avec  $\varepsilon_{D1}$  et  $B_t$  deux paramètres du modèle.

L'endommagement « déviatorique »  $d_D$  est considéré anisotrope. En s'inspirant de (Fichant, 1996), on définit un tenseur d'endommagement dans le repère des directions principales de l'incrément de déformations.

$$d_D'(i, i) = 1 - \frac{\varepsilon_{D2}}{\varepsilon_D(i, i)} \exp(B_T(\varepsilon_{D2} - \varepsilon_D(i, i))) \quad (\text{A1.20})$$

$$d_D(i, j) = \text{Max}_{i,j}(d_D'(i, j), 0)$$

où les déformations déviatoriques sont écrites dans le repère des directions principales de l'incrément de déformations :

$$\bar{\varepsilon}_D = \bar{\varepsilon} - \varepsilon_V \bar{1} \quad (\text{A1.21})$$

Le principe est illustré dans la figure A.6.

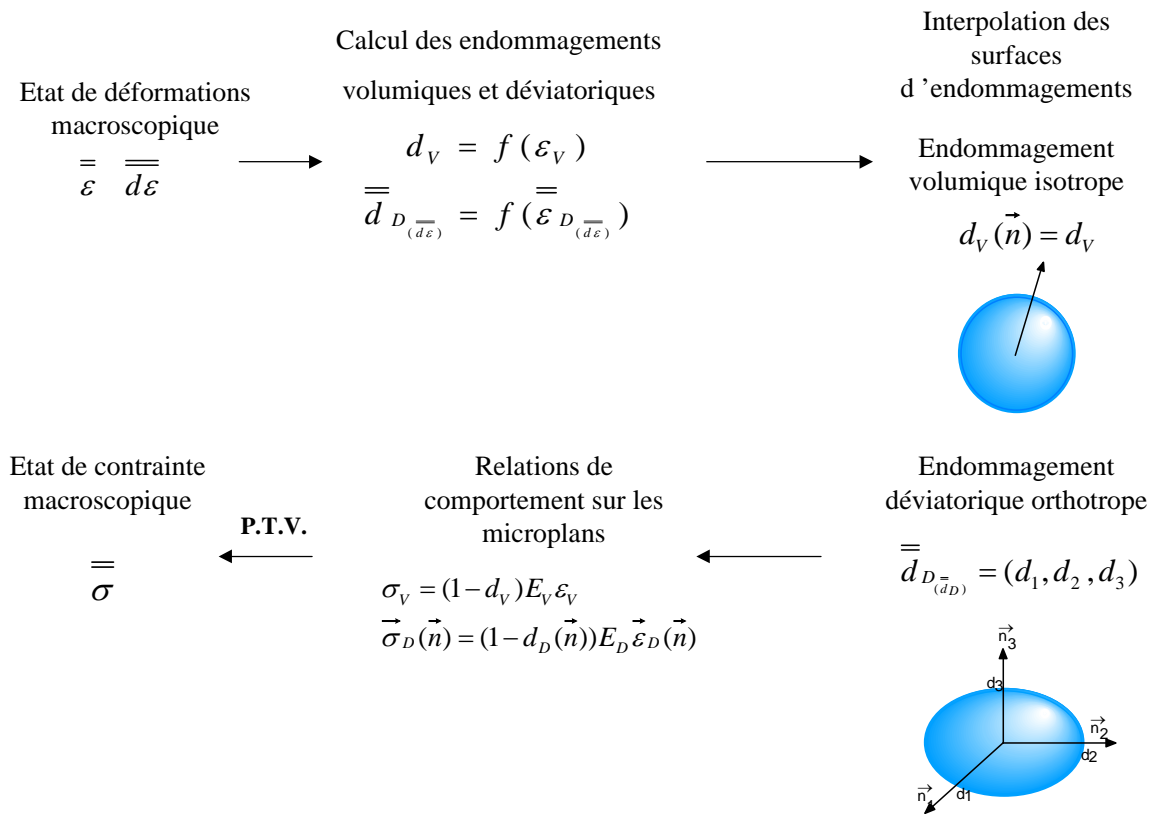


Figure A.6 : Principe du modèle à deux variables d'endommagement

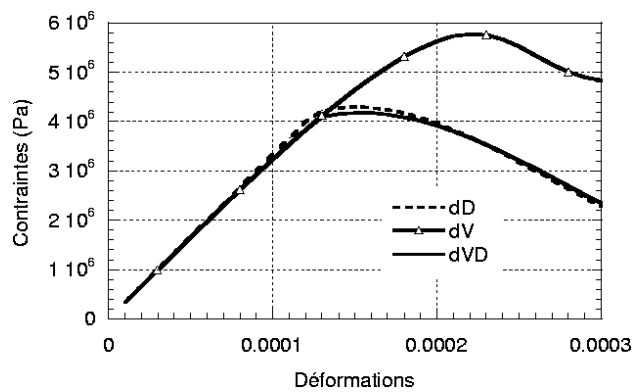


Figure A.7 : Réponse du modèle en traction simple. Comparaison des comportements volumiques et déviatoriques

Le modèle a été implanté dans le code de calcul. La figure A.7 montre la réponse pour un essai de traction simple. Trois courbes sont présentées. « dD » indique que seul un endommagement « déviatorique » peut exister ( $d_V = 0$ ), « dV » signifie que seul l'endommagement volumique n'est pas nul ( $d_D = 0$ ) et « dVD » illustre la réponse pour le modèle complet. Les conclusions sont similaires à celles de Leukart et Ramm (2002) : le pic de contraintes associé à l'endommagement volumique dV est beaucoup plus grand que pour les deux autres réponses. De plus, les courbes dD et dVD sont presque confondues. L'endommagement déviatorique est donc dominant et la partie volumique n'a qu'une influence limitée.

Ce modèle, qui cherche à représenter les différences de comportements volumique et déviatorique, a néanmoins une limitation. Les expressions des endommagements ainsi que la décomposition au niveau microplan découplent totalement les deux comportements. La partie volumique est indépendante de la partie déviatorique et vice versa. Or cette hypothèse n'est pas physiquement réaliste. Certains auteurs, dont Burlion et *al* (2001) ont montré qu'expérimentalement, contrairement à ce qui peut être observé dans les métaux, la réponse hydrostatique d'un mortier (comportement volumique) était fortement influencée par les contraintes déviatoriques appliquées à l'échantillon. Réponses volumique et déviatorique sont donc couplées.

### 3 Conclusions

L'étude menée en annexe 1 s'est efforcée de proposer des solutions pour simuler le caractère anisotrope du béton. Néanmoins, ces modèles ont tous des limites plus ou moins marquées qui ne peuvent justifier leur utilisation dans le contexte industriel :

- Certaines formulations aboutissent à des comportements inadaptés. Par exemple, l'absence d'interactions entre évolutions déviatoriques et volumique (section 2.3) n'est pas réaliste. Inversement, la prise en compte du couplage (section 1) implique soit une augmentation significative du nombre de paramètres (23 coefficients dans l'approche de Caner et Bazant (2000)), soit une reproduction délicate des essais élémentaires.
- Peu d'études ont été menées sur les algorithmes de résolution (Kuhl et *al*, 2000). En particulier, l'absence d'opérateur tangent cohérent pour la méthode de Newton Raphson, soulève des questions quant à la qualité de la convergence de ces modèles (vitesse de convergence par exemple). Or, cette « qualité numérique » fait partie des points clés lorsque des études, utilisant des maillages complexes et des conditions particulières, sont envisagées. De la même manière, l'intégration de la loi de comportement dans le cas des modèles



microplans reste encore problématique (dépendance de la réponse simulée au nombre de points d'intégration (Badel, 2001)).

- Compte-tenu des cas de chargements rencontrés dans le chapitre 1 (essai de compression simple, traction, confinement, poutre en flexion trois points, Volume Structurel Représentatif), Fichant et *al* (1999) ont montré que la prise en compte de l'anisotropie du matériau par cette approche n'était pas décisive (même réponse avec un modèle isotrope).

Ces remarques n'ont pas pour objet de nier l'intérêt des modèles anisotropes : l'anisotropie directionnelle est un phénomène expérimentalement présent pour les bétons. Néanmoins, leur utilisation pour notre problème n'est pas actuellement envisagée.



## **ANNEXE 2**

### ***Modélisation thermo – hydro – mécanique couplée***

Cette annexe rappelle les relations constitutives de la modélisation thermo – hydro – mécanique couplée du chapitre 5. L'objectif est de présenter les paramètres associés à cette méthode. L'annexe est extraite d'un document écrit par Chavant (2001).

## 1 Equations de conservation

La modélisation thermo – hydro – mécanique couplée est basée sur la résolution de trois équations de conservation :

- l'équilibre mécanique

$$\text{div}(\sigma) + rF^m = 0 \quad (\text{A2.1})$$

avec  $\sigma$  les contraintes totales,  $r$  la masse volumique homogénéisée et  $F^m$  les forces massiques.

En particulier,  $r = r_0 + m_{lq} + m_{vp} + m_{as}$  où  $m_i$  désigne l'apport massique en constituant  $i$  (avec  $i = l$  pour le liquide,  $vp$  pour la vapeur ou  $as$  pour l'air sec)

- la conservation des masses de fluide

$$\begin{cases} \dot{m}_{lq} + \dot{m}_{vp} + \text{div}(M_l q + M_{vp}) = 0 \\ \dot{m}_{as} + \text{div}(M_{as}) = 0 \end{cases} \quad (\text{A2.2})$$

$M_i$  désigne le flux hydraulique associé au constituant  $i$ .

- l'équation de conservation de l'énergie (équation de la chaleur)

$$\begin{aligned} h_l^m \dot{m}_l + h_v^m \dot{m}_v + h_a^m \dot{m}_a + \dot{Q}' + \text{div}(h_l^m M_l + h_v^m M_v + h_a^m M_a) + \text{Div}(q) \\ = (M_l + M_v + M_a)F^m + \Theta \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

avec  $h_i^m$  les enthalpies massiques du constituant  $i$ ,  $Q'$  la chaleur non convectée,  $q$  le flux de chaleur et  $\Theta$  les sources de chaleur.

## 2 Equations de comportement

Aux équations de conservation sont associées des relations de comportement

### 2.1 Evolution de la porosité

L'évolution de la porosité  $\phi$  est donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned} d\phi = (b - \phi)(d\varepsilon_v - 3\alpha_0 dT + \frac{dp_{gz} - S_{lq} dp_c}{K_s}) \\ b = 1 - \frac{K_0}{K_s} \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

où  $\varepsilon_v$  désigne la trace de la déformation,  $T$  la température,  $p_{gz}$  la pression de gaz,  $p_c$  la pression capillaire,  $S_{lq}$  la saturation en eau liquide et  $\alpha_0$  un paramètre.  $b$  est le coefficient de Biot,  $K_0$  le module de compressibilité drainé du milieu poreux et  $K_s$  définit le module de compressibilité des grains solides.

## 2.2 Evolution des apports de masse fluide

A partir de la définition des apports de masse de fluide, on trouve :

$$\begin{aligned} m_{lq} &= \rho_{lq}(1 + \varepsilon_V)\phi S_{lq} - \rho_{lq}^0 \phi^0 S_{lq}^0 \\ m_{as} &= \rho_{as}(1 + \varepsilon_V)\phi(1 - S_{lq}) - \rho_{as}^0 \phi^0(1 - S_{lq}^0) \\ m_{vp} &= \rho_{vp}(1 + \varepsilon_V)\phi(1 - S_{lq}) - \rho_{vp}^0 \phi^0(1 - S_{lq}^0) \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

où les écritures surmontées d'un 0 définissent les états initiaux.  $\rho_i$  est la masse volumique associée au constituant  $i$ .

## 2.3 Lois de comportement des fluides

### 2.3.1 Liquide

La loi de comportement du liquide est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{d\rho_{lq}}{\rho_{lq}} = \frac{dp_{lq}}{K_{lq}} - 3\alpha_{lq}dT \quad (\text{A2.6})$$

Cette équation fait intervenir le module de compressibilité du liquide  $K_{lq}$  et son module de dilatation  $\alpha_{lq}$ .

### 2.3.2 Gaz

Pour les équations de comportement des gaz, on prend la loi des gaz parfaits :

$$\begin{aligned} \frac{p_{vp}}{\rho_{vp}} &= \frac{R}{M_{vp}^{mol}} T \\ \frac{p_{as}}{\rho_{as}} &= \frac{R}{M_{as}^{mol}} T \end{aligned} \quad (\text{A2.7})$$

avec  $R$  la constante des gaz parfaits,  $M_i^{mol}$  la masse molaire du constituant  $i$ .

## 2.4 Evolution des enthalpies

### 2.4.1 Enthalpie liquide

L'évolution de l'enthalpie du liquide est donnée par la relation suivante :

$$dh_{lq}^m = C_{lq}^p dT + (1 - 3\alpha_{lq}T) \frac{dp_{lq}}{\rho_{lq}} \quad (\text{A2.8})$$

avec  $C_{lq}^p$  la chaleur massique à pression constante du liquide

## 2.4.2 Enthalpie des gaz

Les enthalpies massiques de la vapeur d'eau et de l'air sec sont données par :

$$\begin{aligned} dh_{vp}^m &= C_{vp}^p dT \\ dh_{as}^m &= C_{as}^p dT \end{aligned} \quad (A2.9)$$

avec  $C_i^p$  la chaleur massique à pression constante du constituant  $i$

## 2.4.3 Apport de chaleur hors fluides

C'est la quantité  $\delta Q'$  qui représente la chaleur reçue par le système hors apport enthalpique des fluides :

$$\delta Q' = 3\alpha_0 K_0 T d\varepsilon_v + 3\alpha_{lq}^m T dp_c - (3\alpha_{gz}^m + 3\alpha_{lq}^m) T dp_{gz} + C_\varepsilon^0 dT \quad (A2.10)$$

Trois coefficients de dilatation apparaissent  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{lq}^m$  et  $\alpha_{gz}^m$ . Le coefficient  $\alpha_0$  est une donnée : il correspond à la fois au coefficient de dilatation du milieu poreux et à celui des grains solides.

$\alpha_{lq}^m$  et  $\alpha_{gz}^m$  sont fournis par les relations :

$$\begin{aligned} \alpha_{gz}^m &= (1 - S_{lq})(b - \phi)\alpha_0 + \frac{\phi(1 - S_{lq})}{3T} \\ \alpha_{lq}^m &= S_{lq}(b - \phi)\alpha_0 + \alpha_{lq}\phi S_{lq} \end{aligned} \quad (A2.11)$$

Le coefficient  $C_\varepsilon^0$  est la chaleur spécifique à déformation constante du milieu poreux, qui dépend de la chaleur spécifique à contrainte constante  $C_\sigma^0$  par la relation :

$$C_\varepsilon^0 = C_\sigma^0 - 9TK_0\alpha_0^2 \quad (A2.12)$$

$C_\sigma^0$  est donnée par une loi de mélange :

$$C_\sigma^0 = (1 - \phi)\rho_s C_\sigma^s + \rho_{lq} S_{lq} \phi C_{lq}^p + (1 - S_{lq})\phi(\rho_{vp} C_{vp}^p + \rho_{as} C_{as}^p) \quad (A2.13)$$

où  $C_\sigma^s$  et  $\rho_s$  représentent la chaleur spécifique à contrainte constante et la masse volumique des grains solides. Pour le calcul de  $\rho_s$ , la déformation des grains solides est négligée.

Ainsi :

$$(1 - \phi^0)\rho_s = (1 - \phi^0)\rho_s^0 = r^0 - \rho_{lq}^0 S_{lq}^0 \phi^0 - (1 - S_{lq}^0)\phi^0(\rho_{vp}^0 + \rho_{as}^0) \quad (A2.14)$$

## 2.5 Lois de diffusion

### 2.5.1 Diffusion de la chaleur

On prend la loi classique de Fourier :

$$q = -\lambda \nabla T \quad (\text{A2.15})$$

avec  $\lambda$  le coefficient de conductivité thermique

### 2.5.2 Diffusion des liquides

On utilise ici les lois de Darcy auxquelles on rajoute la loi de Fick en présence de vapeur. Les lois de Darcy sont écrites pour le gaz et pour le liquide :

$$\begin{aligned} \frac{M_{lq}}{\rho_{lq}} &= \lambda_{lq}^H (-\nabla p_{lq} + \rho_{lq} F^m) \\ \frac{M_{gz}}{\rho_{gz}} &= \lambda_{gz}^H (-\nabla p_{gz} + \rho_{gz} F^m) \end{aligned} \quad (\text{A2.16})$$

avec  $\lambda_{lq}^H$  et  $\lambda_{gz}^H$  les conductivités hydrauliques pour le liquide et le gaz.

La diffusion de Fick est obtenue grâce à la relation :

$$\frac{M_{vp}}{\rho_{vp}} - \frac{M_{as}}{\rho_{as}} = -F \nabla \left( \frac{p_{vp}}{p_{gz}} \right) \quad (\text{A2.17})$$

où  $F$  est le coefficient de diffusion de Fick.

De plus, on a :

$$\frac{M_{gz}}{\rho_{gz}} = (1 - C_{vp}) \frac{M_{as}}{\rho_{as}} + C_{vp} \frac{M_{vp}}{\rho_{vp}} \quad (\text{A2.18})$$

avec

$$C_{vp} = \frac{p_{vp}}{p_{gz}} \quad (\text{A2.19})$$

et

$$\rho_{gz} = \rho_{vp} + \rho_{as} \quad (\text{A2.20})$$

Les conductivités hydrauliques  $\lambda_{lq}^H$  et  $\lambda_{gz}^H$  sont données à partir des formules :

$$\lambda_{lq}^H = \frac{K(D)k_{rl}(S_{lq})}{\eta_{lq}(T)}$$

$$\lambda_{lq}^H = \frac{K(D)k_{rg}(S_{lq})}{\eta_{gz}(T)}$$
( A2.21 )

où  $K$  est la perméabilité intrinsèque fonction de l'endommagement  $D$ ,  $k_{rl}$  et  $k_{rg}$  les perméabilités relatives fonction du degré de saturation et  $\eta_{lq}$  et  $\eta_{gz}$  les viscosités dynamiques du liquide et du gaz.

## 2.6 Equilibre eau –vapeur

L'équilibre eau – vapeur s'écrit :

$$h_{vp}^m - h_{lq}^m = T(s_{vp}^m - s_{lq}^m)$$
( A2.22 )

avec  $h_{vp}^m$  et  $h_{lq}^m$  les enthalpies massiques de la vapeur et du liquide,  $s_{vp}^m$  et  $s_{lq}^m$  les entropies associées. A cette équation est ajoutée la loi d'évolution de la pression de vapeur :

$$dp_{vp} = \frac{\rho_{vp}}{\rho_{lq}}(dp_{gz} - dp_c) + \rho_{vp}(h_{vp}^m - h_{lq}^m)\frac{dT}{T}$$
( A2.23 )

## 2.7 Comportement mécanique

Le comportement mécanique est écrit sous forme différentielle :

$$d\sigma = d\sigma_m + d\sigma_p$$
( A2.24 )

En utilisant une formulation de Bishop, on obtient :

$$d\sigma_p = -b(dp_{gz} - S_{lq}dp_c)$$
( A2.25 )

L'évolution de la contrainte effective  $\sigma_m$  est supposée ne dépendre que du déplacement du squelette et des variables internes  $\kappa$ . Les termes liés à la déformation thermique sont intégrés au calcul de la contrainte effective :

$$d\sigma_m = f(d\varepsilon - \alpha_0 IdT, d\kappa)$$
( A2.26 )

où  $f$  désigne la loi de comportement mécanique

## 2.8 Isotherme de sorption

Pour fermer le système, la courbe donnant la saturation en fonction de la pression capillaire est nécessaire. A titre de remarque, les chemins de séchage et d'hydratation sont ici identiques contrairement aux données expérimentales



### 3 Récapitulatif des paramètres nécessaires

Cette section fait le récapitulatif des paramètres nécessaires pour l'approche couplée.

- Le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  permettent de calculer le module de compressibilité du milieu poreux  $K_0$  (A2.4)
- Le coefficient de Biot  $b$  permet de calculer le module de compressibilité des grains solides  $K_s$  (A2.4)
- le module de compressibilité du liquide  $K_{lq}$  (A2.6)
- le coefficient de dilatation du liquide  $\alpha_{lq}$  (A2.6)
- la constante des gaz parfaits  $R$  (A2.7)
- la masse molaire de la vapeur  $M_{vp}^{mol}$  (A2.7)
- la masse molaire de l'air sec  $M_{as}^{mol}$  (A2.7)
- la chaleur massique à pression constante du liquide  $C_{lq}^p$  (A2.8)
- la chaleur massique à pression constante de l'air sec  $C_{as}^p$  (A2.9)
- la chaleur massique à pression constante de la vapeur  $C_{vp}^p$  (A2.9)
- le coefficient de dilatation du milieu poreux  $\alpha_0$  (A2.10)
- la chaleur massique à contrainte constante des grains solides  $C_\sigma^s$  (A2.13)
- le coefficient de conductivité thermique  $\lambda$ , fonction de la température (A2.15)
- le coefficient de Fick  $F$ , fonction de la température et de la pression de gaz (A2.17)
- la perméabilité intrinsèque  $K$  fonction de l'endommagement (A2.21)
- la viscosité dynamique du liquide  $\eta_{lq}$  fonction de la température
- la viscosité dynamique du gaz  $\eta_{gz}$  fonction de la température
- la perméabilité relative au liquide  $k_{rl}$  fonction de la saturation en liquide
- la perméabilité relative au gaz  $k_{rg}$  fonction de la saturation en liquide
- la relation saturation – pression capillaire

A ces coefficients s'ajoutent les paramètres de la loi de comportement mécanique (5 par exemple pour la relation élastique endommageable du chapitre 1). L'état initial doit aussi être caractérisé avec les variables suivantes :

- la température initiale  $T^0$
- les pressions initiales  $p_{gz}^0$  et  $p_c^0$  à partir desquelles on déduit la saturation initiale  $S_{lq}^0$
- la porosité initiale  $\phi^0$

- la pression initiale de la vapeur  $p_{vp}^0$  à partir de laquelle on déduit la masse volumique initiale de la vapeur
- la pression initiale de l'air sec  $p_{as}^0$  à partir de laquelle on déduit la masse volumique initiale de l'air sec
- la masse volumique initiale du milieu poreux  $r^0$
- la masse volumique des grains solides
- les enthalpies initiales du liquide, de la vapeur et de l'air sec.

Pour l'utilisation de la méthodologie couplée, l'utilisateur doit donc renseigner 40 coefficients si la loi de Mazars du chapitre 1 est considérée. Un jeu de paramètres est donné dans le chapitre 5.

## REFERENCES

- A. Abbas, M. Carcasses, J.P. Ollivier, « Gas permeability of concrete in relation to its degree of saturation », *Materials and Structures*, 32, p. 3-8, 1999
- D. Addessi, S. Marfia, E. Sacco, « A plastic nonlocal damage model », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, p. 1291-1310, 2002
- F. Armero, S. Oller, « A general framework for continuum damage models. I. Infinitesimal plastic damage models in stress space », *International Journal of Solids and Structures*, 37, p.7409-7436, 2000
- H. Askes , « Advanced spatial discretisation strategies for localised failure. Mesh adaptivity and meshless methods ». PhD thesis, Delft University of technology, Faculty of civil engineering and geosciences, 2000
- P. B. Badel, « Contributions à la simulation numérique de structures en béton armé », Thèse de Doctorat, Université de Paris VI, 2001
- T.A. Balan, E. Spacone, M. Kwon, « A 3D hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures », *Engineering structures*, 23, p.333-342, 2001
- V. Baroghel-Bouny, M. Mainguy, T. Lassabatere, O. Coussy, « Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high performance cementitious materials », *Cement and Concrete Research*, 29, p. 1225-1238 , 1999
- B. Bary, « Etude du couplage hydraulique-mécanique dans le béton endommagé », Thèse de Doctorat du Laboratoire de Mécanique et Technologie, Cachan, 1996
- L. Basheer, J. Kropp, David J. Cleland, « Assessment of the durability of concrete from its permeation properties: a review », *Construction and Building Materials*, 15, 93-103, 2001
- S.B. Batdorf, B. Budiansky, « A mathematical theory of slip based on the concept of slip », NACA TN1871, Avril, 1949.
- Z.P. Bazant, F.C. Caner, I. Carol, M.D. Adley, S.A. Akers, « Microplane model M4 for concrete. I :Formulation with work-conjugate deviatoric stress », *Journal of Engineering mechanics*, 126, p. 944-953, 2000 (a)
- Z.P. Bazant, F.C. Caner, M.D. Adley, S.A. Akers, « Fracturing rate effect and creep in microplane model for dynamics », *Journal of engineering mechanics*, 126, p. 962-970, 2000
- Z.P. Bazant, P.C. Prat, « Microplane model for brittle plastic materials :I. theory », *Journal of Engineering Mechanics*, 114, p.1672-1688, 1988
- Z.P. Bazant, B.H. Oh, « Efficient numerical integration on the surface of a sphere », *ZAMM*, 66, p. 37-49, 1986

- Z.P. Bazant, « Microplane models for strain controlled inelastic behavior », Chapitre 3, Mechanics of Engineering materials, CS Desai and RH Gallagher (eds), J Willey, London, p. 45-59, 1984
- Z.P. Bazant, « Instability, ductility and size effect in strain softening concrete », Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 102, p. 331 – 344, 1976
- A. Benallal, R. Billardon, G. Geymonat, “Bifurcation and rate-independent materials”, Bifurcation and stability of dissipative systems, CISM Lecture Notes 327, Springer, p. 1-44, 1993
- S. K. Bhowmik, J. H. Long, « A general formulation for the cross-sections of yield surfaces in octahedral planes. In : Numenta 90, Pande and Middleton (Eds.), Elsevier, p. 795-803, 1990
- R. de Borst, J. J. C. Remmers, A. Needleman, M. A. Abellan, « Discrete vs smeared crack models for concrete fracture : bridging the gap », EUROCC 2003 Proceedings, p. 3- 18, 2003
- R. de Borst, « Fracture in quasi brittle materials : a review of continuum damage-based approaches », Engineering Fracture Mechanics, 69, p. 95 – 112, 2002
- R. de Borst, J. Pamin, M. G. D. Geers, « On coupled gradient-dependent plasticity and damage theories with a view to localization analysis », European Journal of Mechanics A/ Solids, 18, p. 939-962, 1999
- R. de Borst, H. B. Muhlhaus, « Gradient dependent plasticity formulation and algorithmic aspects », International Journal for Numerical Methods in Engineering, 35, p. 521-539, 1992
- E. Bourdarot, « Application of a poro damage model to analysis of concrete dams », Note EDF/CNEH, 1991
- M. Brocca, Z. P. Bazant, « Microplane constitutive model and metal plasticity », Applied Mechanics Reviews, 53 , p. 265-279, 2000
- N. Burlion, G. Pijaudier-Cabot, N. Dahan, « Experimental analysis of compaction of concrete and mortar », International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 25, p.1467-1486, 2001
- N. Burlion, F. Gatuingt, G. Pijaudier-Cabot, L. Daudeville, « Compaction and tensile damage in concrete : constitutive modelling and application to dynamics », Computational methods in applied mechanics and engineering, 183, p.291-308, 2000
- F. Caner, Z.P. Bazant, « Microplane model M4 for concrete. II : Algorithm and calibration », Journal of Engineering Mechanics, 126, p. 954-961, 2000
- I. Carol, M. Jirasek, Z.P. Bazant, « A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part I : Free energy and consistent microplane stresses », International Journal of Solids and Structures, 32, p. 2921-2931, 2001
- I. Carol, Z.P. Bazant, P.C. Prat, « Geometric damage tensor based on microplane model », Journal of engineering mechanics, 117, p. 2429-2448, 1991

Castem, "Castem 2000, User's guide", CEA, DMT, LAMS, November, 1993

G. Chatzigeorgiou, « Lattice model for the mechanical problem », Rapport interne GeM, 2003

C. Chavant, « Modélisations THHM. Généralités et algorithmes », Document R7.01.10, , [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 2001

J. Cranck, P. Nicholson, « A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type », Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 43, p. 50-67, 1947

M.A. Crisfield, « Local instabilities in the non linear analysis of reinforced concrete beams and slabs », Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 73, p. 135-145, 1982

R. S. Crouch, B. Tahar, « Application of a stress return algorithm for elasto-plastic hardening-softening models with high yield surface curvature », Proceedings of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, 2000

E. Dana, F. Skoczylas, « Gas relative permeability and pore structure of sandstones », International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36, p. 613-625, 1999.

G. Debruyne, « Séchage d'un mur d'enceinte de béton », Document V7.20.100, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 2003

G. Debruyne, B. Cirée, « Modélisation de la thermo hydratation, du séchage et du retrait du béton », Document R7.01.12, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 2001

A. Delaplace, G. Pijaudier-Cabot, S. Roux, « Progressive damage in discrete models and consequences on continuum modelling », Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 44, 1, p. 99-136, 1996

D.A. Dicarolo, « Drainage in finite-sized unsaturated zones », Advances in Water Resources, 26, p. 1257-1266, 2003

D.C. Drucker, W. Prager, « Soil mechanics and plasticity analysis of limit design », Quarterly journal of applied mechanics, 10, p.157-162, 1952

J. F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, C. la Borderie, « Modèle d'endommagement microplans », Revue Française de Génie Civil, 7, p.621 – 634, 2003.

F.A.L. Dullien, « Porous Media, Fluid transport and pore structure », Academic Press, 1979

C. Durand, « Thermique non linéaire », document R5.02.02, , [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 2000

C. Edvardsen, « Water permeability and autogenous healing of cracks in concrete », ACI Materials Journal, 96, p.448-454, 1999.

G. Etse, K. Willam, « Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete », Journal of engineering mechanics (ASCE), 120, p.1983-2011, 1984

- R. Faria, J. Oliver, M. Cervera, « A strain-based plastic viscous damage model for massive concrete structures », *International Journal of Solids and Structures*, 35, p.1533-1558, 1998
- B. Fauchet, « Analyse poroplastique des barrages en béton et de leurs fondations. Rôle de la pression interstitielle », Thèse de Doctorat de l'ENPC, 1991
- S. Fichant, C. La Borderie, G. Pijaudier-Cabot, « Isotropic and anisotropic descriptions of damage in concrete structures », *Mechanics of Cohesive Frictional Materials*, 4, p. 339-359, 1999
- S. Fichant, « Endommagement et anisotropie induite du béton de structures. Modélisations approchées », Thèse d'Etat, Laboratoire de Mécanique et Technologie, ENS Cachan, 1996
- D. Gawin, F. Pesavento, B.A. Schrefler, « Modelling of hygro-thermal behavior of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation », *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192, p. 1731-1771, 2003
- B. Gérard, D. Breyse, A. Ammouche, O. Houdusse, O. Dirdry, « Cracking and permeability of concrete under tension », *Materials and Structures*, 29, p. 141-151, 1996
- S. Ghavamian, « Evaluation tests on models of non linear behavior of cracking concrete using three dimensional modeling », benchmark EDF/R&D, CR-MMN 99/232, 1999
- S. Ghavamian, A. Delaplace, « Modèles de fissuration de béton, projet MECA », *Revue Française de Génie Civil*, 7, 2003
- G. Giakoumelis, D. Lam, « Axial capacity of circular concrete-filled tube columns », *Journal of Constructional Steel Research*, in press, 2003
- V. Godard, « Modélisation non locale à gradients de déformations », Documentation de référence Code\_Aster, R5.04.02, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org)
- V.S. Gopalaratnam, S.P. Shah, « Softening response of plain concrete in direct tension », *ACI Journal*, May-June 1985, p. 310-323, 1985
- L. Granger, « Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires, Analyse et modélisation », Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale de Ponts et Chaussées, 1995.
- S. Grasberger, G. Meschke, « A hygro-thermal-poroplastic damage model for durability analyses of concrete structures », *Proceedings ECCOMAS 2000, Barcelona, 11-14 September 2000*
- P. Grassl, K. Lundgren, K. Gylltoft, « Concrete in compression :a plasticity theory with a novel hardening law », *International Journal of Solids and Structures*, 39, p.5205-5223, 2002
- A.L. Gurson, « Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth :Part I Yield criteria and flow rules for porous ductile media », *Engineering Materials and Technology*, 99, p.2-15, 1977

- E. Hansen, V. Saouma, « Hybrid models for 3D analysis of plain and reinforced concrete », *Revue Française de Génie Civil*, 7, p.647-658, 2003
- E. Hansen, K. Willam, I. Carol, « A two-surface anisotropic damage/plasticity model for plain concrete », *Proceedings of FRAMCOS-4 Conference*, Paris, 28-31 Mai, 2001
- N.R. Hansen, H.L. Schreyer, « thermodynamically consistent theories for elastoplasticity coupled with damage », *AMD, Damage mechanics and localization*, 142, p.53-67, 1992
- D. Hillel, « Soil and Water – Physical Principles and Processes », Academic Press, New-York, 1971
- A. Huerta, G. Pijaudier-Cabot, « Discretization influence on the regularization by two localization limiters », *Journal of Engineering Mechanics*, 120, p. 1198-1218, 1994
- A.D. Jefferson, « Craft- a plastic damage contact model for concrete – I. Model theory and thermodynamic considerations », *International Journal of Solids and Structures*, 40, p. 5973-5999, 2003
- M. Jirasek, Z.P. Bazant, « Inelastic Analysis of structures », Wiley publishers, 758, p., novembre 2001
- J.W. Ju, « Energy based coupled elastoplastic damage models at finite strains », *Journal of Engineering mechanics*, 115, p.2508-2526, 1989
- H.D. Kang, K. Willam, B. Shing, E. Spacone, « Failure analysis of R/C columns using a triaxial concrete model », *Computers and Structures*, 77, p.423-440, 2000
- A. Kermani, « Permeability of stressed concrete », *Building Research and Information*, 19, 6, p. 360-366, 1991
- D. Krajcinovic, J. Van Mier, « Damage and Fracture of disordered materials », *CISM International centre for mechanical sciences , courses and lectures*, , 410, 263 pages, 2000
- W. Kratzig, R. Polling, « An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters », *Computers and Structures*, 82, p. 1201-1215, 2004
- E. Kuhl, E. Ramm, R ; De Borst, « An anisotropic gradient damage model for quasi-brittle materials », *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering.*, 183, p. 87-103, 2000
- M. Kwon, E. Spacone, « Three – dimensional finite element analyses of reinforced concrete columns », *Computers and Structures* 80, p. 199-212, 2002
- C. Laborderie, « Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable », *Thèse de doctorat de l'université de Paris VI*, 1991
- P. Ladavèze, « On an anisotropic damage theory », *Proceedings du Colloque International du CNRS, « Failure criteria of structured media »*, Villars de Lans, p. 355-363, 1983

- C. Le Bellego, J-F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, B. Gérard, « Calibration of nonlocal damage model from size effect tests », *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22, p. 33 – 46, 2003
- J. P. Lefebvre, « Algorithme de thermique linéaire transitoire », document R5.02.01, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 1995
- J. Lemaitre, J.L. Chaboche, « Mécanique des matériaux solides », Dunod, Paris, 1984
- J. Lemaitre, J. L. Chaboche, « Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement », *Journal de Mécanique appliquée*, 2, p.317-365, 1978
- M. Leukart, E. Ramm, « An alternative split within the microplane material model », *Fifth World Congress on Computational Mechanics*, July 7-12, Vienna, Austria, 2002
- Z. Lu, Y. Chen, « Numerical simulation and research on hysteretic model for concrete – filled square tube beam-columns considering local buckling », *Steel Structures* 2, p. 41-50, 2002
- B. Luccioni, S. Oller, R. Danesi, « Coupled plastic damaged model », *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 129, p. 81-89, 1996
- E. Lorentz, S. Andrieux, « Analysis of nonlocal models through energetic formulations », *International Journal of Solids and Structures*, à paraître , 2004
- M. Mainguy, O. Coussy, V. Baroghel-Bouny, « Role of air pressure in drying of weakly permeable materials », *Journal of Engineering Mechanics*, 127, 6, p. 1225-1238, 2001
- J. Mazars, G. Pijaudier-Cabot, « Continuum damage theory. Application to concrete », *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 115, p. 345-365, 1989
- J. Mazars, « Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure », Thèse d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, 1984
- R. Mensi, P. Acker, A. Attolou, « Séchage du béton :analyse et modélisation », *Materials and Structures*, 21, p. 3-12, 1988.
- G. Meschke, R. Lackner, « Anisotropic modelling of cracked concrete based on plasticity-damage theory », *Computational Plasticity*, D.R.J. Owen et al. Eds., CIMNE Barcelona, p. 1543-1550, 1997
- H. Meziani, F. Skoczylas, « Experimental study of the mechanical behaviour of a mortar and of its permeability under deviatoric loading », *Materials and Structures*, 32, p. 403-409, 1999
- J.P. Monlouis-Bonnaire, J. Verdier, B. Perrin, « Prediction of the relative permeability to gas flow of cement-based materials », *Cement and Concrete Research*, 2333, p.1-8, 2003
- Y. Mualem, « A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media », *Water Resources Research*, 12, p. 513-522, 1976



- W. Nechmech, F. Meftah, J.M. Reynouard, « An elasto-plastic damage model for plain concrete subjected to high temperatures », *Engineering structures*, 24, p. 597-611, 2002
- S. Oller, E. Onate, J. Oliver, J. Lubliner, « Finite element nonlinear analysis of concrete structures using a plastic damage model », *Engineering Fracture Mechanics*, 35, p. 219-231, 1990.
- R.H.J. Peerlings, M.G.D. Geers, R. de Borst, W.A.M. Brekelmans, « A critical comparison of nonlocal and gradient enhanced softening continua », *International Journal of Solids and Structures*, 38, p. 7723-7746, 2001
- R.H.J. Peerlings, « Enhanced damage modelling for fracture and fatigue », PhD Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1999
- R.H.J. Peerlings, R. De Borst, W.A.M. Brekelmans, J.H.P. De Vree, I. Spee, « Some observations on localisation in non-local and gradient damage models », *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 15, p. 937-953, 1996 (a)
- R.H.J. Peerlings, R. De Borst, W.A.M. Brekelmans, J.H.P. De Vree, « Gradient enhanced damage for quasi brittle materials », *International Journal for numerical methods in engineering*, 39, p. 3391-3403, 1996 (b)
- A. Perez-Foguet, A. Rodriguez-Ferran, A. Huerta, « Numerical differentiation for non-trivial consistent tangent matrices : an application to the MRS-Lade model », *International journal for numerical methods in engineering*, 48, p.159-184, 2000
- V. Picandet, A. Khelidj, G. Bastian, « Effect of axial compressive damage on gas permeability of ordinary and high performance concrete », *Cement and Concrete Research*, 31, p. 1525-1532, 2001
- V. Picandet ; « Influence d'un endommagement mécanique sur la perméabilité et sur la diffusivité hydrique des bétons », Thèse de Doctorat de l'Ecole Doctorale Mécanique, Thermique et Génie Civil de Nantes, 2001
- G. Pijaudier-Cabot, L. Jason, « Numerical Modelling in Geomechanics », *Revue Française de Génie Civil*, Juin 2002, p. 991 – 1017, 2002
- G. Pijaudier-Cabot, « Micro-crack clustering, non local and gradient damage models », *Damage and Fracture of disordered materials*, CISM Courses and lectures no 410, Krajcinovic & Van Mier (eds), chapitre 5, p. 179-215, 2000
- G. Pijaudier-Cabot, Z.P. Bazant, « Nonlocal Damage Theory », *Journal of Engineering Mechanics*, 113, p.1512-1533, 1987
- M. Prat, P. Bisch, A. Millard, P. Mestat, G. Pijaudier-Cabot, « Calcul des ouvrages généraux de construction », AFPC – Emploi des éléments Finis en génie civil, Hermes, 1997
- J. M. Proix, E. Lorentz, P. Mialon, « Intégration des relations de comportement élasto – plastique de Von Mises », Document R5.03.02, www.code-aster.org, 2001

- J. M. Proix, « Diagonalisation de la matrice de masse thermique », Document R3.06.07, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org), 2000
- Y.R. Rashid, « Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels », *Nuclear engineering and design*, 7, p. 334-334, 1968
- J. R. Rice, « The localization of plastic deformation » *Theoretical and Applied Mechanics. Proc. 14th IUTAM Congress*, Koiter, W.T. et al. (eds.), North-Holland, Amsterdam, p. 207-220, 1976
- A. Rodriguez-Ferran, I. Morata, A. Huerta, « Modelizacion numerica de piezas entalladas », *Metodos Numericos en ingenieria V*, ©SEMNI, Espana, 2002
- D. Sfer, I. Carol, R. Gettu, G. Etse, « Study of the behavior of concrete under triaxial compression », *Journal of Engineering Mechanics* 128 (2), p. 156-163, 2002
- D. Sheng, S. W. Sloan, A. Gens, D. W. Smith, « Finite element formulation and algorithms for unsaturated soils. Part I : Theory », *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27, p. 745-765, 2003
- J.C. Simo, J.W. Ju, « Strain and stress – based continuum damage models – I. Formulation », *International Journal of Solids and Structures*, 23, p. 821-840, 1987a
- J.C. Simo, J.W. Ju, « Strain and stress – based continuum damage models – II. Computational aspects », *International Journal of Solids and Structures*, 23, p. 841-8869, 1987b
- B.P. Sinha, K.H. Gerstle, L.G. Tulin, « Stress-Strain relations for concrete under cyclic loading », *Journal of the American Concrete Institute*, p. 195-211, February 1964
- M. Souley, F. Homand, S. Pepa, D. Hoxha, « Damage induced permeability changes in granite :a case example at the URL in Canade », *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38, p. 297-310, 2001
- J. C. Stormont, « Evaluation of salt permeability tests », SMRI research project report no 2001-2-SMRI, 39 pages, 2001
- T. Sugiyama, T. W. Brenner, T. A. Holm, « Effect of stress on gas permeability in concrete », *ACI Materials Journal*, 93, 5, 443-450, 1996 (a)
- T. Sugiyama, T.W. Bremmer, Y. Tsuji, « Determination of chloride diffusion coefficient and gas permeability of concrete and their relationship », *Cement and Concrete Research*, 26, 5, p. 781-790, 1996
- K.A.S. Susantha, H. Ge, T. Usami, « Uniaxial stress-strain relationship of concrete confined by various shaped steel tubes », *Engineering Structures*, 23, p. 1331-1347, 2001
- N. Tardieu, I. Vautier, E. Lorentz, « Algorithme non linéaire quasi-statique », Document de référence « *Code\_Aster* » R5.03.01, 2001

- G.I. Taylor, « The mechanism of plastic deformation of crystals. Part I.—Theoretical », Proceedings of the Royal Society London A, 145, p. 362–387, 1934
- J.M. Torrenti, O. Didry, J.P. Ollivier, F. Plas, « La dégradation des bétons, couplage fissuration-dégradation chimique », Communications en mécanique, Editions Hermes, 1999
- V. Tvergaard, A. Needleman, « Effects of nonlocal damage in porous plastic solids », International Journal of Solids and Structures, 32, 8/9, p.1063-1077, 1995
- M.T. Van Genuchten, « A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils », Soil Science Society of America Journal, 44, p. 892-898, 1980
- J. Verdier, « Contribution à l'étude de l'évolution de l'étanchéité du béton des enceintes internes du palier P4 et P'4, en conditions d'épreuve », Thèse de Doctorat de l'UPS, Toulouse, 2001.
- G. Villain, V. Baroghel-Bouny, C. Kounkou, C. Hua, « Mesure de la perméabilité aux gaz en fonction du taux de saturation des bétons », Revue Française de Génie Civil, 5, 2-3, p. 251-268, 2001
- R. Von Mises, « Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablem Zustand », Göttingenr Nachrichten Math.- Phys Klasse , 1, p.582-592, 1913
- J.H.P. de Vree, W.A.M. Brekelmans, M.A.J. Van Gils, « Comparison of non local approaches in continuum damage mechanics », Computers and Structures, 55, p. 581 – 588, 1995
- K. Wang, C. Jansen, S.P. Shah, A.F. Karr, « Permeability study of cracked concrete », Cement and Concrete Research, 27, 3, p. 381-393, 1997
- K. Willam, E.P. Warnke, « Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete », IABSE Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses, III-1, 1974
- W. Wu , X. Li , R. Charlier, F. Collin, « A thermo-hydro-mechanical constitutive model and its numerical modelling for unsaturated soils », Computers and Geotechnics, 31, p.155-167, 2004
- S. Yazdani, H.L. Schreyer, « Combined plasticity and damage mechanics model for plain concrete », Journal of Engineering mechanics, 116, p.1435-1450, 1990
- W. Zhou, J. Zhao, Y. Liu, Q. Yang, « Simulation of localization failure with strain gradient enhanced damage mechanics », International Journal of numerical and analytical methods in Geomechanics, 26, p. 793-813, 2002